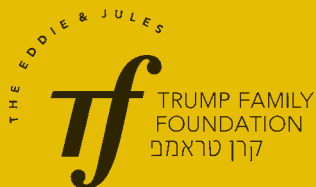




אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים التنور الرياضي في المرحلة الإعدادية

דוח מיום עיון

מרכזת אקדמית ועורכת: רקפת סלע



מרכז לידע ולמחקר בחינוך
מركز معلومات وبحث في التربية والتعليم
Center for Knowledge and Research in Education
האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים



קרן טראמפ, אשר פועלת לקידום מצוינות בחינוך המתמטי והמדעי בישראל, פנתה אל היוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך בבקשה לקיים יום עיון בנושא אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים. יום העיון הציג מגוון קולות מהמחקר העדכני בארץ ובעולם והפגיש את המחקר עם הנעשה בשדה. דוח זה מרכז את התובנות והקולות המרכזיים שעלו מיום העיון ואת סיכומי ההרצאות שניתנו במהלכו.

עריכת לשון | **תמי בורשטיין**
עריכה גרפית ועיצוב | **אמונה כרמל**
תרגום לערבית | **נסים ח'ורי**
עריכת לשון לתרגום | **ד"ר נביה בשיר**
הפקה והגהה | **אילה ולודבסקי יובל**
עריכה נוספת | **נעמה אברך**

תמונת השער: Markus Krisetya | Unsplash

בכל שימוש במסמך זה או בציטוט ממנו יש לאזכר את המקור כדלקמן:
סלע, ר' (2022). **אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים - סיכום מיום עיון**. יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך.

צוות ההיגוי של יום העיון

פרופ' טלי נחליאלי | המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט
ד"ר ג'ייסון קופר | מכון ויצמן למדע
פרופ' רז קופרמן | האוניברסיטה העברית בירושלים

מרכזת אקדמית ועורכת הדוח | רקפת סלע

תודות:

אנו מודים מקרב לב לצוות ההיגוי של יום העיון - פרופ' טלי נחליאלי, ד"ר ג'ייסון קופר ופרופ' רז קופרמן - על שסייעו בתכנון ובגיבוש יום העיון, קראו מסמך זה והגיבו עליו.

תודתנו שלוחה לקרן טראמפ, אשר פנייתה אלינו בנושא זה ותמיכתה הנדיבה אפשרו לקיים את יום העיון ולהעמיד במה לדיון. בייחוד נבקש להודות לרויטל דרורי, מנהלת התוכניות, ולקרין תמר שפרמן, מנהלת האסטרטגיה, על הליווי ועל התמיכה שהעניקו בתהליך.

תודה רבה לדוברים ולדוברות שניאותו להקדיש ממרצם ומזמנם: פרופ' אנה ספרד, פרופ' אברהם הרכבי, פרופ' שירי ארטשטיין-אבידן, פרופ' עדו גל, ד"ר סרגיי סומקין, פרופ' שי שלו-שוורץ, ד"ר נעה שחורי-איל, ד"ר יוסי מחלוף, פרופ' זביגניב מרצ'יניאק, פרופ' אורית זסלבסקי, ניצה שיאון, ח'ולוד אבו ריא, מנוחה פרבר, סורינה סבאח, גליה גונן, ד"ר סלעית רון, ד"ר שולה וייסמן, ד"ר רוני קרסנטי ונרית כץ. תודה גם למשתתפי יום העיון, אשר תרמו לדיונים והפרו את השיח.

האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים נוסדה בשנת 1959. חברים בה כמאה מדענים ומלומדים מן השורה הראשונה של ההשכלה והדעת במדינת ישראל. חוק האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים התשכ"א-1961 קובע כי מטרתיה ומשימותיה העיקריות הן לטפח ולקדם פעילות מדעית, לייעץ לממשלה בענייני מחקר ותכנון מדעי בעלי חשיבות לאומית, לקיים התקשרויות עם גופים מקבילים בחוץ לארץ, לייצג את המדע הישראלי בגופים ובאירועים מדעיים בין-לאומיים ולהוציא לאור כתבים שיש בהם כדי לקדם את המדע.

יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך מקדמת שימוש שיטתי בידע מחקרי עדכני ומבוקר בתהליכי קבלת החלטות בחינוך. ידע מחקרי נגיש וזמין חיוני למקבלי החלטות ולציבור הרחב לשם גיבוש מושכל של מדיניות ותכנון מיטבי של התערבויות שיביאו לשיפור החינוך בישראל. היוזמה עוסקת בנושאים שעל סדר יומם של מקבלי החלטות בחינוך בכמה ערוצי פעילות מרכזיים: ועדות וצוותי מומחים של חוקרים ממגוון דיסציפלינות; קבוצות עבודה משותפות לחוקרים, לאנשי מדיניות ולאנשי שדה; ומידע תומך תכנון (מת"ת) - כתיבת דוחות וסקירות השוואתיות בסוגיות נקודתיות המעסיקות את מקבלי החלטות. מתווה הפעילות ותוצריה מותאמים לכל נושא ונושא ולצורכי השותפים בתהליך. היוזמה מפרסמת את כלל תוצרי עבודתה ומנגישה אותם למגוון קהלים.

ועדת ההיגוי: נשיאת האקדמיה הלאומית למדעים היא שממנה את ועדת ההיגוי של היוזמה. ועדה זו אחראית לתוכנית העבודה של היוזמה ולתהליכי השיפוט של התוצרים. חברי ועדת ההיגוי, וכן החוקרים המומחים המשתתפים בוועדות, עושים זאת בהתנדבות.

תולדות היוזמה: היוזמה החלה את דרכה ב-2003 כמיזם משותף של האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים, משרד החינוך ויד הנדיב. בקיץ תש"ע (2010) הוסיפה הכנסת תיקון לחוק האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים, והסדירה את אופן ההתקשרות בין משרדי ממשלה המבקשים ייעוץ לבין האקדמיה. מאז פועלת היוזמה כיחידה של האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים ומנהלת את פעולות הייעוץ שהאקדמיה נותנת לממשלה ולרשויות השונות בתחום החינוך.

הקדמה

המונח "אוריינות מתמטית" אינו חדש - השימוש בו החל עם הצטרפותה של מדינת ישראל למחקר פיזה לפני כ-20 שנה. בשנים האחרונות הולך וגובר העיסוק בו הן במחקר האקדמי, הן בעיצוב המדיניות והן בהוראה ובלמידה בשדה. סוגיות רבות הקשורות להגדרת האוריינות, נחיצותה וחשיבותה, ובעיקר לאופני פיתוחה בקרב התלמידים, דורשות חשיבה ודיון.

קרן טראמפ, אשר פועלת לקידום מצוינות בחינוך המתמטי והמדעי בישראל, פנתה אל היוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך בבקשה לקיים יום עיון בנושא אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים. ביום העיון הוצגו מגוון קולות מהמחקר העדכני בארץ ובעולם והתקיים מפגש בין המחקר ובין הנעשה בשדה.

יום העיון לא נועד לספק תשובות חד-משמעיות, אלא לחדד את התפיסות השונות והעדכניות העולות מהמחקר ומהניסיון בשטח, להציג תובנות ולאפשר שיחה בין אנשי המחקר, אנשי השדה וקובעי המדיניות בתחום.

"אנחנו בכיוון להפוך לאורייניים", אמרה נרית כץ, מפמ"רית מתמטיקה, בהרצאתה בסיום יום העיון, ואכן ניכרים מהלכים המורים על התקדמות לעבר מטרה זו. עם זאת מנתונים על הישגיה של מדינת ישראל, ומניסיונם של מפעילי התוכניות לפיתוח אוריינות מתמטית הפועלות כיום בשטח, עולה פער בין הרצוי למצוי, וניכרים מכשולים רבים בדרך להפיכתם של תלמידי ישראל לאורייניים.

ביום העיון התקיימו ארבעה מושבים: המושב הראשון עסק בהמשגה ובחשיבות של אוריינות מתמטית כמרכיב בדמות הבוגר במאה ה-21 ונתן ביטוי לפרספקטיבות שונות מן המחקר ומהתעשייה; המושב השני עסק במצבה של ישראל בתחום האוריינות המתמטית ובלמידה משלוש מדינות מובילות בתחום; המושב השלישי עסק בתובנותיהם של מובילי תוכניות לפיתוח אוריינות מתמטית באשר לאתגרי היישום בכיתות וההתמודדות עימם; המושב הרביעי התמקד בהטמעה מערכתית של אוריינות מתמטית.

בחלקו הראשון של מסמך זה יוצגו השאלות המרכזיות שנידונו ביום העיון, האתגרים המרכזיים שהוצגו ודרכי ההתמודדות העיקריות שהוצעו. בחלקו השני יובאו סיכומי ההרצאות והפאנלים על פי סדר הופעתם ביום העיון. אפשר לעיין [כאן](#) בחומרי יום העיון, לרבות סדר היום, תקצירי ההרצאות, תקצירי קורות החיים של הדוברים והדוברות, צילומי ההרצאות והמצגות. כמו כן אפשר לעיין [כאן](#) בחומרי הרקע של יום העיון.

لا يعتبر مصطلح المهارات المعرفية في علم الرياضيات (Mathematical literacy) جديدًا. فقد بدأ استخدامه في أعقاب مشاركة إسرائيل في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة - بيزا (PISA) قبل نحو 20 عامًا. وقد ازداد استخدامه في السنوات الأخيرة في الأبحاث الأكاديمية، ووضع السياسات، وفي حقلي التدريس والتعلّم الميداني. ما زالت الكثير من القضايا المرتبطة بتعريف المهارات المعرفية، وضرورتها وأهميتها، لا سيما كيفية تطويرها لدى الطلاب، مفتوحة وباجة إلى تفكير ونقاش.

يعمل صندوق ترامب من أجل تعزيز التميّز في تدريس موضوع الرياضيات والعلوم في إسرائيل، وقد توجّه إلى مركز «يوزما» - مركز معلومات وبحث في التربية والتعليم - بطلب عقد يوم دراسي حول موضوع المهارات المعرفية في علم الرياضيات في المراحل الإعدادية. طُرحت في اليوم الدراسي عدة آراء وأفكار مستخلصة من أحدث الدراسات في البلاد وحول العالم، ومقارنتها مع ما يجري على أرض الواقع.

لم يكن الهدف من اليوم الدراسي توفير "إجابات" قطعية، والتي نشكّ بأنها متوفرة أصلًا، بل توضيح التوجّهات المختلفة والمستحدثة المنبثقة عن الأبحاث والخبرة الميدانية، وعرض أفكار مستخلصة، وإتاحة المجال لمناقشتها بين الباحثين والعاملين في الميدان وواضعي السياسات في هذا المجال.

"نحن في الطريق لنصبح أصحاب مهارات معرفية"، هذا ما جاء على لسان نيريت كاتس - مديرة موضوع الرياضيات فوق الابتدائي، في معرض محاضرتها التي اختتم اليوم الدراسي أعماله بها. وبالفعل، هناك عدّة سيرورات تعكس التقدم في هذا الاتجاه. وبرغم ذلك، في ضوء البيانات بشأن تحصيل الطلاب في إسرائيل، ووفقًا لخبرة مشغلي برامج تطوير المهارات المعرفية في علم الرياضيات المعتمدة حاليًا، يمكن الاستنتاج بوجود فجوة تفصل ما بين المنشود والموجود، وأنّ هنالك عوائق كثيرة تواجه طلاب إسرائيل ليتحوّلوا إلى "أصحاب مهارات معرفية".

شمل اليوم الدراسي أربع حلقات: تناولت الحلقة الأولى صياغة المفاهيم وأهمية المهارات المعرفية في علم الرياضيات كعنصر في شخصيّة الخريج في القرن الـ 21، ووضّحت وجهات النظر المختلفة المنبثقة من الدراسات والعمل الميداني في المجال. بينما عرضت الحلقة الثانية منظور مقارن - حيث عُرضت بيانات حول الوضع في إسرائيل في مجال المهارات المعرفية في علم الرياضيات، وعُرضت بعدها مقارنة هذه المهارات من حيث تعريفها ومركباتها وخصائصها في إسرائيل وفي برنامج "بيزا". وعرضت في الختام السياسات وخطط العمل المعتمدة في ثلاث دول رائدة في هذا المجال في العالم. أما الحلقة الثالثة، فقد طرحت استنتاجات رواد برامج تطوير المهارات المعرفية في علم الرياضيات العاملة في الميدان على صعيد تحديات تطبيقها في الصفوف وطرق التعامل معها. كما وتناولت الحلقة الرابعة ترسيخ وتذويت هذه المهارات على مستوى الجهاز التربوي.

يعرض القسم الأول من هذا الإصدار الأسئلة المركزية التي نوقشت في اليوم الدراسي، والتحديات المركزية التي طُرحت، وطرق التعامل المقترحة معها. أما القسم الثاني، فيعرض ملخصات المحاضرات والحلقات التي عقدت، ووفقًا لترتيب انعقادها في اليوم الدراسي.

יום עיון בנושא:

אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים

التنوير الرياضي في المرحلة الإعدادية

21.9.2022 | כ"ה באלול, תשפ"ב | 9:00-16:30

התכנסות	9:30-9:00
דברי פתיחה וברכות: פרופ' דוד הראל - נשיא האקדמיה הישראלית הלאומית למדעים	9:45-9:30
מושב ראשון – מהי אוריינות מתמטית ומדוע היא חשובה? יו"ר המושב ד"ר ג'ייסון קופר, מכון ויצמן	11:30-9:45
שופכים אור על אוריינות מתמטית: מה משתנה במעבר מהוראת מתמטיקה לפיתוח אוריינות מתמטית? פרופ' אנה ספרד אוניברסיטת חיפה תגובה: פרופ' אברהם הרכבי מכון ויצמן על יעדי הלימוד ודמות הבוגר - רב שיח פרופ' שירי ארטשטיין-אבידן אוניברסיטת תל אביב פרופ' עדו גל אוניברסיטת חיפה ד"ר סרגיי סומקין מכון אהרן למדיניות כלכלית ואוניברסיטת רייכמן הרצליה פרופ' שי שלו-שוורץ האוניברסיטה העברית בירושלים, מובילאיי	
הפסקה	11:50-11:30
מושב שני – מבט השוואתי - ישראל, פיזה ומדינות נבחרות יו"ר המושב רננה פרזנצ'בסקי אמיר, היוזמה	13:20-11:50
תמונת מצב: הישגי התלמידים בישראל ד"ר יוסי מחלוף מנהל תחום עיבוד מחקרים בראמ"ה אוריינות מתמטית – הגדרות ורכיבים בישראל ובפיזה ד"ר נעה שחורי-איל מנהלת גף מחקרים בינלאומיים בראמ"ה סיפור הצלחה בפולין ותובנות באשר להישגי ישראל בפיזה (ריאיון מצולם) פרופ' זביגנייב מרצ'יניאק אוניברסיטת ורשה, מראיינת: ד"ר מיכל איילון אוניברסיטת חיפה מה אפשר ללמוד מסינגפור ומהולנד על ההוראה וההיבחות בישראל? פרופ' אורית זסלבסקי אוניברסיטת ניו יורק, ארה"ב	
ארוחת צהרים	14:20-13:20
מושב שלישי – אוריינות מתמטית נפגשת עם השדה: תובנות מהשטח יו"ר המושב פרופ' טלי נחליאלי, מכללת לוינסקי לחינוך	15:30-14:20
פאנל בהשתתפות: ח'ולוד אבו ריא המרא"ה ומודלים לחשיבה, אוניברסיטת חיפה גליה גונן לחשוב רחוק עם מתמטיקה, מכון ויצמן למדע ד"ר שולה וייסמן האקדמית גורדון ווידאו-קליפ מתמטי, אוניברסיטת חיפה סוריה סבאח מחשב"ה, הטכניון ומכללת לוינסקי לחינוך מנוחה פרבר מהלכיים, מכון ויצמן ד"ר סלעית רון מית"ר, מכללת אורנים ניצה שיאון i-MAT, הטכניון	
הפסקה	15:45-15:30
מושב רביעי – סילומיות (scalability): כיצד ניתן לקדם שינוי מערכתי? יו"ר המושב רויטל דרורי, קרן טראמפ	16:30-15:45
הטמעת חדשנות בקנה מידה רחב דרך פיתוח מקצועי של מורי מתמטיקה ד"ר רוני קרסנטי מכון ויצמן הובלת שינוי מערכתי בלימודי המתמטיקה נרית כץ מפמ"רית מתמטיקה	

חלק א | סוגיות מרכזיות

מהי אוריינות מתמטית?

המושג "אוריינות מתמטית" נתון לפרשנות ואפשר להגדירו בדרכים שונות: במחקר פיזה 2022 אוריינות מתמטית מוגדרת כ"יכולת לחשוב חשיבה מתמטית, לנסח, ליישם ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים מהעולם האמיתי. אוריינות מתמטית כוללת מושגים, פרוצדורות, עובדות וכלים שונים שמטרתם לתאר, להסביר ולחזות תופעות שונות"; במסמך תפיסת הלמידה המתחדשת של משרד החינוך¹ אוריינות מתמטית מוגדרת כ"יכולת לייצג מצבים ותופעות בשפה מתמטית וליישם ידע, מיומנות ואסטרטגיית חשיבה מתמטיים על אודות נתונים, כמויות, גאומטריה ותבניות - למגוון צרכים והקשרים לימודיים וחופץ לימודיים".

פרופ' אנה ספרד הציגה בהרצאתה את האוריינות המתמטית כמיומנות לתיווך מגוון רחב של פעולות בשיח מתמטי, למשל היכולת לפתור בעיה מתמטית תוך מעבר משיחה על עצמים מוחשיים (כגון עוגיות) לשיחה על מספרים, וחזרה אל העצמים המוחשיים.

פרופ' עדו גל הציג את האוריינות המתמטית כמיומנות יסוד בעלת חשיבות במגוון הקשרי חיים. לדבריו, זהו מושג הוליסטי הכולל לא רק ידע ויכולות של חשיבה מתמטית, אלא גם חשיבה ביקורתית, עמדות תומכות, הרגלי חשיבה ותחושה של מסוגלות עצמית. אוריינות מתמטית היא חלק ממארג רחב יותר של מיומנויות, ובהן אוריינות סטטיסטית, הבנה וניתוח של נתונים (ובכללם ביג דאטה) ואומדן סיכונים לשם קבלת החלטות בתנאי אי-ודאות (למשל בתחום הבריאות והכספים). לשיטתו, עלינו לוודא שבוגרים מבינים את החשיבות של מידע מתמטי בהקשר של תופעות חברתיות וכלכליות בעולם.

פרופ' שי שלו שוורץ תיאר בהרצאתו את האוריינות המתמטית כיכולת הבנת הנקרא וההבעה המתמטית; למשל היכולת לקרוא ולהבין מאמר הנדסי מדעי שמשמש בכלים מתמטיים המוכרים לתלמידים, או לנסח באופן מתמטי תופעה מדעית הנדסית.

ד"ר נעה שחורי-איל מראמ"ה טענה בהרצאתה שאף שיכולת האוריינות המתמטית של תלמידי ישראל נמדדת במבחן פיזה הבין-לאומי, ניכר פער בין התפיסה של מערכת החינוך בישראל באשר לאוריינות מתמטית, כפי שהיא באה לידי ביטוי במסמך תפיסת הלמידה המתחדשת ובתוכנית הלימודים, ובין התפיסה של פיזה. פער זה בולט במיוחד בהיעדרה של התייחסות להקשר החופץ-מתמטי במסמכים הישראליים.

פרופ' אורית זסלבסקי הציגה בהרצאתה שתי אפשרויות מנוגדות ליצירת חיבור בין המתמטיקה לעולם האמיתי: יציאה מהמציאות אל המתמטיקה לעומת יציאה מהמתמטיקה ויישומה במציאות. היא נדרשה גם לחשיבות האוטנטיות של ההקשר: האם הסיפור השאוב מהמציאות טבעי והגיוני? זסלבסקי הדגישה שלא כל בעיה שמעוגנת בסיטואציה מחיי היום-יום היא בעיה אוריינית, ולהפך - לא כל בעיה אוריינית מעוגנת בסיטואציה מחיי היום-יום. בעיה אוריינית יכולה להתרחש בתוך העולם המתמטי, למשל במעבר בין ייצוגים שונים. בעיות אוריינות שונות זו מזו במאפיינים נוספים, כגון רמת האתגר הקוגניטיבי או תהליכי המידול שהן דורשות מהתלמידים.²

1 מסמך תפיסת הלמידה המתחדשת נועד לעדכן ולהגדיר את מטרות הלמידה במערכת החינוך - ידע, מיומנויות, ערכים - ולהניע את המערכת לעבר תוכנית למידה שממוקדת בלומדים ולא בידע.

2 לפי פיזה, מעגל המידול כולל שלושה תהליכים מרכזיים: ניסוח - ניסוח בעיה הנטועה בעולם המציאותי במונחים מתמטיים; יישום - פתרון הבעיה המתמטית בכלים העומדים לרשות הפותרים; פירוש והערכה - הערכת המידה שבה הפתרון עונה על הבעיה בעולם המציאותי.

חשיבותה של האוריינות המתמטית לשוק התעסוקה

ד"ר סרגיי סומקין ציין בהרצאתו שנדרשת אוריינות מתמטית כדי להשתלב במשרות שמובילות את החדשנות והצמיחה במשק (בעיקר משרות במגזר ההייטק). עובדי הייטק נדרשים להשתמש בעבודתם בכלים מתמטיים, אך גם להפגין כישורי פיזה (הכישורים הנבדקים במבחן פיזה), ובהם פתרון בעיות מורכבות, תקשורת בין אישית, עבודה בצוות, חשיבה ביקורתית, חשיבה יצירתית, גמישות ולימוד עצמי. כישורים אלו ניתנים למדידה ולשיפור. עוד ציין ד"ר סומקין כי נמצא מתאם בין כישורי פיזה והשתתפות במסגרות חינוך בלתי פורמליות (בפרט חוגי STEM) לבין מה שמכונה "בגרות הייטק" (בגרות הכוללת 5 יחידות לימוד באנגלית, 5 במתמטיקה ו-5 בפיזיקה או במדעי המחשב). כל אלו תורמים לתחושת המסוגלות של התלמידים ולהשתלבותם בהמשך הדרך בלימודים גבוהים בתחומי ההייטק.

רמת האוריינות המתמטית של תלמידי ישראל

ד"ר יוסי מחלוף מראמ"ה הציג נתונים באשר למצבה של ישראל בפיזה ובאוריינות מתמטית, והדגיש כי מחקרים בין-לאומיים תורמים רבות להערכת האוריינות המתמטית, אך אין בהם די. כמו בכל תחום דעת אחר, יש להשלים את התמונה בכלים נוספים.

ד"ר מחלוף ציין שהציון הממוצע של תלמידי ישראל במחקר פיזה 2018 היה נמוך ב-25 נקודות מממוצע מדינות ה-OECD וכי ישראל דורגה במקום ה-32 מבין 37 מדינות ה-OECD שהשתתפו במחקר. לעומת זאת במחקר טימס (TIMSS) מחקר מטעם ה-IEA שבוחן ידע קוריקולרי ומיומנויות בקרב תלמידי כיתות ח' אחת לארבע שנים התמונה חיובית הרבה יותר, וישראל מוקמה במחזור מחקר 2019 במקום הרביעי מבין 17 מדינות ה-OECD שהשתתפו במחקר. מחלוף ציין שמידת הפיזור בציונים של תלמידי ישראל במחקר פיזה 2018 הייתה הגבוהה ביותר מבין כלל המדינות שהשתתפו בו. גם בבחינת הציונים בחלוקה לפלחים על פי שפת אם, מגדר או רקע חברתי-כלכלי היה הפיזור דומה לפיזור הממוצע במדינות ה-OECD או גדול ממנו. בכל אחת מהקבוצות הייתה מידת הפיזור בקרב הבנים גבוהה מזו שבקרב הבנות.

מצב האוריינות המתמטית בישראל מאתגר במיוחד במגזר הערבי. הדבר ניכר בכמה ממצאים, נציין את הבולטים שבהם:

- בעוד שיעור התלמידים המצטיינים (רמות בקיאות 5 ו-6) והמתקשים (רמת בקיאות 1 ומטה) בקרב התלמידים דוברי עברית דומה לממוצע במדינות ה-OECD, בקרב התלמידים דוברי הערבית שיעור המצטיינים הוא אפסי וכשני שלישים מהם מתקשים.
- נמצא קשר חיובי בין רקע חברתי-כלכלי-תרבותי לבין הישגים במתמטיקה בקרב דוברי העברית, ואילו בקרב דוברי הערבית ההישגים נמוכים מאוד בקרב תלמידים מכלל הקבוצות השונות.
- ציוני התלמידים דוברי העברית באוריינות מתמטית במבחן פיזה השתפרו עם השנים (אם כי שיפור מתון ביחס לשיפור במבחני טימס), ואילו בקרב דוברי הערבית לא חל שיפור בציוני פיזה בין השנים 2006 ל-2018. לשם השוואה, בתקופה במקבילה נרשם שיפור ניכר בהישגי תלמידים משני מגזרי השפה במחקר טימס.

כאשר עוקבים אחרי תלמידים מחטיבת הביניים ועד לתיכון, אפשר לראות שככל שרמת הבקיאות בפיזה גבוהה יותר - כך גבוה יותר שיעור הנבחנים בבגרות במתמטיקה ב-4-5 יחידות לימוד הן בקרב דוברי עברית הן בקרב דוברי ערבית. עם זאת ניכר שיעור לא מבוטל של חריגים, למשל תלמידים שהצטיינו באוריינות מתמטית במבחני פיזה בחטיבת הביניים ונבחנו בתיכון ב-3 יחידות לימוד -

בעיקר דוברי עברית; ותלמידים שהתקשו באוריינות מתמטית בחטיבת ביניים ונבחנו בתיכון ברמה של 4-5 יחידות לימוד - בעיקר דוברי ערבית.

ביום העיון הוצג מחקר נוסף, שערך פרופ' זביגניב מרצ'יניאק (פרופ' למתמטיקה בוורשה אשר היה מעורב בעיצוב מחקר פיזה). זביגניב ושותפותיו ניתחו את ציוני תלמידי ישראל בפיזה. מהמחקר עולה שתלמידי ישראל חזקים למדי במתמטיקה פורמלית, כלומר מבצעים היטב את שלב היישום במעגל המידול (פתרון הבעיה המתמטית), אך מתקשים בשלב הניסוח, שבו יש לתרגם מצב לא מוכר לבעיה מתמטית. ממצא זה אינו מפתיע, שכן מניתוח תוכנית הלימודים בישראל עולה שמודגש בה בעיקר שלב היישום, ואין די התייחסות להקשר. עוד נמצא במחקרם שתלמידי ישראל מתקשים בשאלות בגאומטריה. ההסבר שהוצע לכך הוא שבשאלות אלו אי אפשר להפוך את דרך הפתרון לאלגוריתם.

מה אפשר ללמוד מהעולם? דוגמאות מפולין, מהולנד ומסינגפור

פולין, הולנד וסינגפור מובילות בהוראת אוריינות מתמטית ובציונים במבחני פיזה. יש ביניהן קווי דמיון בדרך ההוראה אך גם שוני רב - מכאן שיש דרכים שונות להצלחה.

רפורמה מקיפה שנערכה בפולין בתוכנית הלימוד וההיבחות הביאה לשיפור ניכר והזניקה את הישגי התלמידים. פרופ' מרצ'יניאק, ממובילי הרפורמה, ציין בהרצאתו כי במסגרת הרפורמה ניתנו למורים כמה מאות שאלות לדוגמה, בהן שאלות בסיסיות שמיועדות לכלל הרמות ודורשות אוריינות מתמטית. כמו כן הוכנסו שאלות בנושא למבחנים הארציים כדי לחייב את המורים ללמדו.

פרופ' זסלבסקי ושותפותיה השוו במחקרן בין הוראת אוריינות מתמטית בהולנד ובסינגפור. בהולנד פועלת מערכת החינוך על פי גישה של הצמחת עקרונות ומושגים מתמטיים מתוך משימות הנטועות בהקשר מציאותי (RME – Realistic Mathematics Education): בשלב הראשון נידון ההקשר המציאותי, ורק לאחר מכן עוסקים בהיבטים המתמטיים, כלומר מאמצים בהדרגה מינוח וסימונים מתמטיים מתאימים. אותו הקשר מלווה את הלמידה לאורך הפרק כמודל של המושג הנלמד, אשר בהדרגה עובר הפשטה (abstraction). בתוכנית הלימודים שזור מגוון עשיר של הקשרים מחיי היומיום.

לעומת זאת בסינגפור המתמטיקה קודמת להקשר. תחילה לומדים את המושגים המתמטיים באופן מופשט, לאחר מכן מיישמים אותם בפתרון תרגילים ברמות קושי עולות, ורק בסוף פותרים בעיות שמשלבות יישומים בחיי היומיום. אין הקשר אחיד לאורך כל הפרק, וכל משימה או פעילות עומדת בפני עצמה. בשתי המדינות השאלות אותנטיות, כלומר שאלות שעשויות להתעורר באופן טבעי בעולם האמיתי.

לכל אחת מהמדינות נקודות חוזקה: בהולנד מלמדים את התלמידים להתבונן בעולם בעין מתמטית; בסינגפור ניכר ניהול הדוק של הלמידה והלומדים, מעקב צמוד אחר התקדמות הלומדים ועידודם לעבור למסלול מאתגר יותר. זסלבסקי ושותפותיה ממליצות בעקבות מחקרן להשקיע את מרב המשאבים בעבודה עם המורים: לספק להם מאגר גדול של בעיות אוריינות טובות ולהפוך את שיעורי פיתוח האוריינות בבית הספר לדבר שבשגרה.

בשלוש המדינות שנידונו - הולנד, סינגפור ופולין - האוריינות המתמטית היא חלק מתוכנית הלימודים וההיבחות, תוכנית עשירה בדוגמאות רבות ללמידה מתוך הקשר. בשלושתן גם בודקים במבחנים חיצוניים אם הושגו מטרות הלמידה, כדי להביא לשיפורה.

אתגרים בפיתוח אוריינות מתמטית

ביום העיון הוצגו אתגרים וחסמים בפיתוח אוריינות מתמטית, הן ברמת התלמיד הן ברמת המערכת והמורים.

אתגרים ברמת התלמיד

פרופ' ספרד ציינה בהרצאתה שאין די בהוראת המתמטיקה במתכונתה הנוכחית כדי להצמיח בוגרים הפועלים בחייהם באופן מתמטי אורייני. לטענתה, ממחקרים רבים עולה שגם בעלי השכלה מתמטית נמנעים משימוש בשיח מתמטי.

פרופ' ספרד הציגה את המנגנונים הקוגניטיביים המעורבים בשיח האורייני: כאשר אנו נקלעים למצב חדש, אנו נוטים להיזכר במה שעשינו במצבים דומים בעבר, כלומר לחפש תקדימים ולפעול על פיהם. לפי תאוריה חדשנית במדעי המוח בשם "תורת הסימולציה", בכל מצב שאנו נקלעים אליו, אנו מזהים מייד עצמים ואנשים מוכרים, ועושים סימולציה של מצב תקדימי, היינו משחזרים אותו. מצב תקדימי כולל את המצב או המשימה ואת הליך הביצוע, כלומר את הפתרון. שחזור פעולות העבר יוצר דפוסי פעולה המכונים "רוטינות". בבואנו לבצע מטלה, אנו נוטים לבחור את הדרך הקצרה ביותר, שדורשת את המאמץ הזעיר ביותר. זהו "חוק מזעור המאמץ" של דניאל כהנמן. הנטייה המשולבת שלנו לסימולציה ולמזעור המאמץ גורמת לנו לפעול באופן אוטומטי, כמעט בלי לחשוב. הנטייה להיצמד לשיח על עצמים ולהימנע משימוש בשיח אורייני מכונה ממוצבות של הפעולה (situatedness of action). כאשר אין בזיכרוננו תקדימים, עלינו להיות יצירתיים ולשרטט את המסלול בלי להסתמך על רוטינות ישנות. גם במקרה זה נזדקק לרוטינות - אך יהיה עלינו להרכיבן באופן חדש ושונה. פרופ' ספרד הדגישה כי שימוש ברוטינות אינו סותר יצירתיות - רוטינות הן אבני בניין לפעולה יצירתית.

פרופ' אברהם הרכבי הציע להבחין בין ארבעה פרופילים של תלמידים, על פי מידת מעורבותם בשיח אורייני:

- התלמיד שמתנגד נחרצות לקיים שיח מתמטי.
- התלמיד שפותר בעיות, אך נצמד לעצמים קונקרטיים - כלומר מפגין ממוצבות פעולה. בהקשר זה נשאלת השאלה אם ממוצבות היא אכן אויב האוריינות.
- התלמיד שפותר בעיה מתוך שיח מתמטי.
- התלמיד שבוחר להתמודד עם סיטואציה כלשהי באמצעים מתמטיים גם כשאינו נדרש לכך.

פרופ' שירי ארטשטיין-אבידן הזכירה את הגורם הרגשי המעורב בלימודי מתמטיקה. לדבריה, תלמידים רבים חושבים שהמתמטיקה קשה ומפחידה, משעממת ולא רלוונטית לחיים. תפיסות אלה מבטאות סלידה מהמקצוע. קשה מאוד להצליח במתמטיקה ללא גישה חיובית ורגש חיובי כלפיה. זאת ועוד, היכולת להתמודד עם אתגרים חדשים דורשת אומץ מתמטי - נכונות ורצון להתמודד עם האתגר (בשונה מהנטייה למזעור המאמץ ולממוצבות, שהוזכרו קודם לכן).

פרופ' מרצ'יניאק התייחס אף הוא לאומץ המתמטי הנדרש מתלמידים. לשיטתו, יש תלמידים שאינם מאמינים בעצמם - ולכן אפילו אינם מנסים לפתור תרגיל, כלומר אינם מוצאים את האומץ המתמטי לכך.

אתגרים ברמת המורים והמערכת

מדבריהם של דוברים רבים, בייחוד בפאנל שעסק בתובנותיהם של מפעילי התוכניות, עלה כי הקשיים המרכזיים בפיתוח אוריינות מתמטית נעוצים בהיעדרה של תמיכה מערכתית מספקת במורים. בין השאר צוינו הקשיים האלה:

- **הצורך בשינוי בתפיסת המורים את תפקידם** - העיסוק באוריינות מתמטית מחייב שינוי בתפיסת המורים את תפקידו ותפקידו לעזור לתלמידים לפתור את המשימות; אלא תפיסה שעל פיה על המורים להוביל את העיסוק בבעיות אך מתוך הנחיה מעטה ככל האפשר של התלמידים, כדי לאפשר להם לחוות חוויה של פתרון בעיות אמיתי.
- **הצורך בפיתוח מיומנות חדשה** - על המורים לצאת מאזור הנוחות שלהם, ללמוד להשתמש במשימות ובפרקטיקות הוראה חדשות.
- **היעדר זמן** - עיסוק במשימות אוריינות דורש זמן רב: זמן ללמידה ולתכנון מקדים מצד המורים וזמן לחשיבה ולעבודה עצמית במהלך השיעור מצד התלמידים. המורים חשים שבשל הלחץ להשלים את תוכנית הלימודים אין בידם די זמן. בהקשר זה הודגש שכדי לפתח אוריינות נדרשת חשיפה סדירה ושגרתית למשימות אוריינות.
- **מחסור במשאבי הוראה** - אין די חומרי הוראה והנגישות לחומרים הקיימים מוגבלת.
- **בעיות תשתית** - מחסור במחשבים, חסימות של אתרים, חיבור חלש לרשת האינטרנט.
- **היעדר מוטיבציה** - בשל מכלול הקשיים שהוצגו, למורים אין די מוטיבציה לעצור את שטף ההוראה הרגיל ולהטמיע את פיתוח האוריינות בשיעורים.

כיצד אפשר להטמיע רעיון או פרקטיקה מתמטית הטמעה רחבה?

התוכניות שהוצגו בפאנל הן איים של עשייה ממוקדת. כדי לשפר את האוריינות המתמטית של כלל תלמידי ישראל, יש לקדם את התחום במערכת כולה.

ד"ר קרסנטי הציגה כמה מודלים של הטמעה מערכתית: מודל השכפול (replication), שכמעט אי אפשר ליישמו בנוסחו הטהור; מודל ההסתגלות (adaptation), שמאפשר גמישות בהתאמת הרעיון המקורי לסביבת לימודים מסוימת; ומודל ההתרבות (reproduction), שבמרכזו שמירה על ערכי היסוד של הרעיון או התוכנית. היא עמדה גם על ההבדל בין הטמעה רחבה של היבטים כמותיים של המהלך או התוכנית (הטמעת ה-settings), לבין הטמעה רחבה של ערכי התוכנית (הטמעת ה-values). קרסנטי הציגה תנאים מרכזיים להצלחת ההטמעה: על התוכנית להיות בעלת יעדים מוגדרים ומציאותיים; על המורים להבינה, להכיר בנחיצותה ולהיות מסוגלים מבחינת הידע והכישורים שברשותם ליישמה; על התוכנית לזכות בתמיכה ובשיתוף הפעולה מצד כלל השחקנים בבית הספר - הנהלה, הורים ומנהלה; וחשובה גם הנראות של התוכנית - שתביא להכרתם של קהלי היעד בהשפעתה.

איך מקדמים אוריינות מתמטית? תובנות מן המחקר ומן השטח

נרית כץ, מפמר"ית מתמטיקה, התייחסה למהלך המתוכנן של משרד החינוך - בשיתוף קרן טראמפ - לקידום האוריינות המתמטית בחטיבות הביניים. היא ציינה שבשנה הבאה יתחילו ללמד בבתי הספר התיכונים בישראל על פי תוכנית חדשה, שפעלה כפיילוט במשך שנים מספר ובמרכזה האוריינות המתמטית. לפי תוכנית זו, בחינות הבגרות יכללו שלושה אשכולות שמתארים את ההקשר החוץ-מתמטי של בעיות האוריינות: אשכול כלכלי פיננסי, שאלות התמצאות במישור ובמרחב ואשכול מדעים וחברה. לדבריה, האתגר המרכזי בקידום התחום נעוץ בהוראה עצמה. פיתוח אוריינות מתמטית הוא משימה מורכבת הרבה יותר מהוראה של נושאים אחרים.

דוברים נוספים נדרשו לאתגרים שבפיתוח אוריינות מתמטית. להלן כמה מן התובנות שעלו:

המשגה והבהרה תפיסתית: ד"ר שחורי-איל מראמ"ה נדרשה לפערים בין מרכיבי האוריינות המתמטית כפי שהם באים לידי ביטוי במסמכי מדיניות רשמיים של משרד החינוך, ובין המרכיבים המופיעים במסגרת המושגית של פיזה. הפערים בולטים בעיקר במיומנויות הנדרשות מתלמידים ובשימוש בהקשר החוץ-מתמטי בשאלות. היא המליצה לתת את הדעת על הבדלים אלו ועל השלכותיהם היישומיות.

קידום הוראה המקדמת אוריינות מתמטית:

- **מתן דגש על הוראה מקדמת חשיבה** - דוברים רבים התייחסו, מנקודות מבט שונות, לעקרונות של פיתוח חשיבה הנחוצה לפתרון בעיות של אוריינות מתמטית. לדבריה של פרופ' ספרד, ובמונחים של תורת הסימולציה, הרוטינות השונות מקושרות ביניהן במעין רשת, בדומה לרחובות עיר. כדי לפתור בעיות אוריינות, יש לנוע ברשת הרוטינות בדרכים שונות. לשם כך יש לצייד את התלמידים במפות של רחובות העיר, של הדרכים הבין-עירוניות ושל החיבורים ביניהן. יש לציידם גם בשיטות היחלצות ובדרכים עוקפות, כלומר ברוטינות-על להתמודדות עם מצבים שאין להם תקדים. ספרד התייחסה גם לחשיבות שבעידוד חשיבה ביקורתית, שתמתן את השפעת הממוצבות ותאפשר לתלמידים לבחון את המסלולים שבהם הם בוחרים. פרופ' הרכבי טען שיש להתאים את סוג העבודה עם התלמידים לצורכיהם השונים ולגישתם לאוריינות. לדוגמה, עם תלמידים הנמנעים משיח מתמטי יש לעבוד על הבנת משמעות מושגים כמו ידע, הוכחה ובניית טיעון; לעומת זאת את התלמידים החשים בנוח בשיח מתמטי, ועוסקים בו גם כאשר אינם נדרשים לכך, יש לאתגר במצבים עשירים מבחינה מתמטית, וללמד גם לשאול שאלות. פרופ' הרכבי הדגיש כי אין בהכרח סתירה בין ממוצבות לאוריינות, וכי ממוצבות יכולה להיות נקודת פתיחה לפיתוח אוריינות בקרב תלמידים שנוטים להיצמד לשיח על עצמים מוחשיים. כמה מהדוברים הדגישו את החשיבות שבהצגת כמה דרכים להסביר בעיות ולפתור אותן. היכולת להסתכל על תמונה מכמה זוויות היא מהות החשיבה המדעית והמתמטית.
- **הקניית "כלים טהורים" של מתמטיקה** - חשוב שלא להפריד באופן דיכוטומי בין כלים מתמטיים לבין אוריינות, שכן הם משלימים זה את זה.
- **הדגשת הנחיצות של האוריינות המתמטית ויצירת מוטיבציה ועניין לעסוק בה** - חשוב לחדד הן בפני המורים הן בפני התלמידים את חשיבותה של האוריינות המתמטית ואת הרלוונטיות שלה לחיים האמיתיים. על המשימות האוריינות להיות אותנטיות ולעורר עניין בקרב התלמידים.

- **הקדשת זמן וביסוס שגרה** - דוברים רבים התייחסו לצורך בהקדשת זמן רב יותר לאוריינות מתמטית, הן בשיעורים - כדי לאפשר לתלמידים את החשיבה העצמאית הנדרשת, הן בקרב המורים - כדי לאפשר להם לתכנן ולהיערך.
- **הצבת אתגר פרודוקטיבי** - כמה דוברים עמדו על הצורך לאתגר תלמידים בבעיה הדורשת התמודדות עם משהו חדש, אך בד בבד להיזהר שלא לייאשם. התגברות עצמאית על קושי מחזקת את האמונה של התלמידים ביכולתם, אך קו דק מפריד בין אתגר ותסכול - ועל המורים להשכיל לנווט בין תחושות אלה.
- **עבודה בקבוצות קטנות** - הודגשה החשיבות של עבודה בקבוצות. בשלב הראשון רצוי שהתלמידים ינהלו דיון עצמאי ללא עזרת המורה. יש לתת את הדעת על הרכב מיטבי של הקבוצות: בהרכב הטרוגני תלמידים חזקים בקבוצה מושכים את האחרים קדימה, אך הרכב הומוגני עשוי למנוע השתלטות של מעטים על השיח. כדאי אפוא לגוון ולהציע סוגים שונים של הרכבים.

תמיכה מערכתית:

- **שילוב האוריינות בלימודי המתמטיקה** - כיום האוריינות המתמטית מוטמעת בשיעורים מעטים בלבד ובמנותק מרצף ההוראה.
- **יצירת רצף לימודי** - יש יתרון בפיתוח אוריינות מתמטית כבר בחטיבת הביניים - כאשר עוד אין בגרויות - ובהמשך פיתוחה בתיכון בלי לקטוע את הרצף; היו אף שהציעו להתחיל בפיתוחה בבית הספר היסודי.
- **יצירת מבחר רחב של משאבי הוראה** - יש להציע למורים מערך של משימות אוריינות על פי הפריסה השנתית של תוכנית הלימודים במתמטיקה, בדגש על הקשר חוץ-מתמטי, וכן מערך של פרקטיקות הוראה אפשריות המותאמות לרמת התלמידים.
- **שילוב האוריינות בבחינות בבית הספר** - דוברים רבים הדגישו ששילוב האוריינות בבחינות הוא דרך יעילה ביותר להבטיח שהמורים אכן יעסקו באוריינות מתמטית.
- **פיתוח מקצועי של צוותי ההוראה** - מרבית הדוברים ביום העיון היו שותפים לתפיסה כי הטמעת האוריינות תלויה בראש ובראשונה ביכולת המקצועית ובתחושת המסוגלות של המורים. על כן חשוב להשקיע משאבים רבים בהכשרה ובפיתוח מקצועי של המורים למתמטיקה. כמו כן דובר על תפקידן החשוב של קהילות מורים, ועל כך שהן מאפשרות הנחיה מקצועית וליווי בתחום הרגשי-חברתי, לצד שיתוף, התייעצות ולמידת עמיתים.

צמצום פערים וחיזוק התלמידים החלשים:

ממצאים מראים שבתחום האוריינות המתמטית הפערים גדולים במיוחד, וכי התלמידים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר הם דוברי ערבית. חשוב לבחון את הסיבות לכך. שיפור היכולות של התלמידים החלשים יביא לשיפור הישגי ישראל במחקר פיזה. אך חשוב מכך, שיפור זה יקל על התלמידים החלשים להשתלב בהמשך דרכם בשוק התעסוקה. בפולין צמצום הפערים והמאמץ להביא לשיפור ציוני התלמידים המתקשים הם שקידמו את המדינה בדירוג העולמי במחקר פיזה.

חלק ב | סיכומי ההרצאות והפאנלים לפי סדר הופעתם

מושב ראשון

שופכים אור על אוריינות מתמטית: מה משתנה במעבר מהוראת מתמטיקה לפיתוח אוריינות מתמטית? | פרופ' אנה ספרד

במוקד הרצאתה של ספרד עמדה ההבחנה בין הוראת המתמטיקה לפיתוח אוריינות מתמטית ונידונו ארבע שאלות:

- מהי אוריינות מתמטית ומה חשיבותה? מה הופך אותה לנושא כה מדובר?
- האם די בהוראת המתמטיקה הרגילה, כפי שאנחנו מכירים אותה, כדי להשיג אוריינות מתמטית?
- מה האתגרים הייחודיים של הוראה שנועדה להקנות אוריינות מתמטית?
- אז מה עושים?

סיפור מקרה:

מראיינת נותנת לילדה מירה ערמה של מטבעות.

המראיינת: "קנית ממני 3 עוגיות, כל אחת ב-75 אגורות. שלמי לי, בבקשה".

מירה: "3 פעמים 75, 150 ועוד 3 פעמים 25... 75, 150 ועוד 75... 225. הנה 2 שקל ו-25 אגורות", ונותנת למראיינת את המטבעות בשווי 2 שקלים ו-25 אגורות.

המראיינת פונה לילדה טלי באותה בקשה.

טלי: "כל אחת היא 75 אגורות...", מעבירה למראיינת מטבע של 50 אגורות, שני מטבעות של 10 אגורות ואחד של 5 אגורות, "והנה לך שקל ו-75", מעבירה שקל, "בשקל יש 75 אגורות, אז יש פה 25 יותר, אז הנה לך עוד חצי שקל. וזהו". ומעבירה מטבע של 50 אגורות.

מה ההבדל בין הסיטואציות? בשני המקרים בוצע תשלום לשביעות רצון כל המשתתפים. ההבדל נעוץ בדרך שבה הוא בוצע. מירה התחילה באזכור של עוגיות ומטבעות וסיימה במספרים ומטבעות, ואילו טלי דיברה רק על מטבעות. מילות המספר שימשו אותה כשמות לצירופים שונים של מטבעות. היא אף ליוותה כל היגד בפעולה פיזית במטבעות. היא ידעה ששילמה את חובה, אבל לא ידעה כמה שילמה.

השיח של טלי היה שיח ישיר על עצמים מוחשיים בלבד, המטבעות. השיח של מירה התחיל כשיח על עצמים מוחשיים (עוגיות ומטבעות), הפך לשיח על עצמים מתמטיים מופשטים (מספרים) וחזר לעצמים המוחשיים. כלומר הפעולה שמירה ביצעה במטבעות תווכה בשיח מספרי. על פעולה מתווכת מסוג זה אנו נוהגים לומר שהיא אוריינית.

מירה וטלי הצליחו במידה שווה, ובכל זאת אנו משוכנעים בחשיבות של פיתוח אוריינות מתמטית. מדוע? כי במקרים מורכבים יותר הפעולה המתווכת מתגלה כעוצמתית יותר, ובמקרים רבים אי אפשר בלעדיה.

המונח "אוריינות" מתקשר בעיקר לשפה - לקריאה ולכתיבה. במקור שימש הגדרה למיומנות בשיח כתוב המלווה ביכולת לתווך מגוון רחב של פעולות באמצעות שיח כזה. גם כשמדברים על אוריינות מתמטית הכוונה היא לתיווך באמצעות שיח, אלא שכאן השיח הוא מתמטי.

על פי הגדרה זו, אוריינות מתמטית היא מיומנות בשיח מתמטי המלווה ביכולת לתווך מגוון רחב של פעולות באמצעות שיח זה. האם יש כאן משהו חדש? האם אין די בלימודי מתמטיקה במתכונתם הנוכחית כדי להבטיח שהבוגרים יפעלו בחייהם באופן מתמטי אורייני?

אין ספק בחשיבותה של אוריינות מתמטית, אך לא קל להשיגה, משום שלא קל לצאת מהשיח היומיומי אל המתמטיקה. על כך מעידה הדוגמה של טלי, וכן השיחה הבאה, שנשמעה בתחילת מגפת הקורונה במספרה תל-אביבית:

יום אחד בשנת 2020 בתחילת מגפת הקורונה, בשעה שישבתי במספרה וחיכיתי לתורי,

נכנס לקוח חדש.

הספרית: "תוכל בבקשה לעטות את המסכה? זה לטובת שנינו".

הלקוח: "מה? מסכה? למה? בגלל השפעת הזאת?"

הספרית: "טוב, אומרים שזה לא פשוט כמו שפעת. זה מתפשט הרבה יותר מהר, טוענים ש-2% מהנדבקים ימותו".

הלקוח: "שטויות. מה הסיכוי שלי למות? אפס. מאכילים אותנו פייק ניוז ומנסים להשליט טרור ופחד".

בשלב זה התערבה לקוחה נוספת שישבה במספרה: "אבל 2% זה בכל זאת הרבה יותר מאשר בשפעת, ההתפשטות היא אקספוננציאלית וכל מערכת הבריאות עלולה לקרוס".

הלקוח: "זאת דעתך. יש לי זכות לדעה משלי!"

מחקרים רבים בעולם מראים שמדובר בתופעה כללית, וגם מי שרכשו השכלה מתמטית סבירה נמנעים משימוש בשיח מתמטי. דוגמה לכך אפשר למצוא במחקרה של החוקרת האמריקאית ג'ין לייב (Jean Lave). לייב התלווה לקבוצה של בוגרי תיכון שעשו קניות בסופר, וצפתה בהם כשביצעו פעולות כגון מציאת התמורה הטובה ביותר לכספם או בחירת מזון שמתאים לצורכיהם ולאמצעיהם. המשתתפים גילו מיומנות מרשימה. עם זאת כשהחוקרת בחנה את האופן שבו הגיעו למבוקשם, מצאה, בדומה למקרים קודמים, שאף שהייתה למשתתפים המיומנות הנדרשת לביצוע הפעולה האוריינית, הם לא

השתמשו במתמטיקה שלמדו בבית הספר, אלא פעלו בשיטות ישירות שפיתחו בעצמם. אחרי הביקור בסופר הם נבחנו בבחינה מסורתית המורכבת משאלות מתמטיות רלוונטיות, ועברו אותה בהצלחה.

ההימנעות מפעולות אורייניות היא תופעה שזכתה לאישוש מחקרי חד-משמעי. תופעה זו ידועה בשם "ממוצבות של הפעולה" (situatedness of action). כאשר אנו פועלים בצורה ממוצבת, אנו נוטים להיצמד לשיח על העצמים שבהם מתבצעת הפעולה, ונמנעים מתיווך בשיח מתמטי או מדעי. ממחקרים עולה כי בית הספר אינו מעניק ללומדים את המרכיב השני של אוריינות מתמטית: הוא אינו מפתח אצלם יכולת ונכונות לתווך מגוון רחב של פעולות באמצעות שיח מתמטי.

מהם אפוא המנגנונים שבבסיס תופעת הממוצבות? מה מונע את האוריינות המתמטית? כדי לענות על שאלה זו, נשאל שאלה מקדימה: איך אנו מחליטים מה לעשות במצבים שונים? ברוב המוחלט של המצבים אנו יודעים מה לעשות גם בלי להתלבט. הדבר שמאפשר בחירה מיידית של דרך פעולה, ללא הפעלת שיקול דעת מפורש, הוא ניסיון העבר שלנו. ואכן, כשאנו נמצאים במצב שבו אנו חשים שאנו חייבים לפעול, אנו נוטים להיזכר במה שעשינו במצבים דומים בעבר ומשחזרים אותו. במילים אחרות, אנו פועלים לפי תקדימים. ההיזכרות הזאת אינה חייבת להיות מודעת. לפי תורת הסימולציה, תאוריה חדשנית במדעי המוח, אנו פועלים ב"מחזורים של פעולה ממוצבת". ניעזר בשרטוט כדי להסביר מודל זה:



מחזור כזה מתחיל בכך שאנו מזהים מייד עצמים ואנשים מוכרים במצב שנקלענו אליו (1 בשרטוט). זיהוי זה גורם לנו אוטומטית לסימולציה של המצב התקדימי (2). הסימולציה היא שחזור של המצב הפיזיולוגי והרגשי שלנו דאז, ואף של אופן החשיבה שלנו, כלומר של השיח שהיה אז בשימוש. הסימולציה קובעת את המרחב המצומצם שבו נחפש אחר כך תקדימים. מבין התקדימים שעלו במרחב החיפוש המצומצם אנו בוחרים אחד, אם באופן שקול ומודע אם באופן אוטומטי (3). בשלב האחרון (4) אנו מבצעים את הפעולה בהתאם לתקדים שנבחר, וכאן ייסגר המעגל: הביצוע יכניס אותנו למצב-מטלה חדש ולסדר פעולות חדש. זו הסיבה לכך שבשמו של המודל התאורטי הזה מופיעה המילה "מחזור".

שחזור פעולות העבר יוצר דפוסי פעולה המכונים "רוטינות". אפשר לחשוב על רוטינה כעל זוג המורכב ממטלה ומהליך ביצועה. התהליך יכול להיות אלגוריתמי או היוריסטי. הרוטינות מאפשרות לנו לפעול כמעט בלי לחשוב.

מדוע מלכתחילה יש לנו כמה הליכים שונים לביצוע אותה מטלה? התשובה היא שכל הרוטינות שנועדו להפעלה בסוג מסוים של עצמים - למשל במספרים או במטבעות - מקושרות ביניהן בדרך כלשהי ויוצרות רשת, בדומה לרחובות של עיר. כל ביצוע של רוטינה מוביל לרוטינה חדשה. אם ביצוע של רוטינה א' גורם להיווצרות מצב-מטלה שמוביל לרוטינה ב' - רוטינות א' ו-ב' מקושרות זו לזו ויוצרות רוטינה חדשה, גדולה יותר. בתוך רשת הרוטינות, כמו ברחובות של עיר, אפשר לנוע ממקום למקום בדרכים שונות.

כיצד אנו בוחרים מסלול, כלומר רוטינה, וכיצד אנו מגייסים אותה לפעולה? נתייחס לכמה מקרים. במקרה הראשון הסימולציה מותירה בידינו תקדים אחד בלבד, ולכן גם רוטינה אפשרית יחידה. בהיעדר חלופות נפעיל באופן אוטומטי את האפשרות היחידה.

במקרה השני יש כמה תקדימים. כדי לפעול, נצטרך לבחור בצורה שקולה בין הרוטינות האפשריות. כיצד נבחר ביניהן? התשובה האפשרית מגיעה מהפסיכולוגיה: במצבי בחירה מנחה אותנו לרוב, באופן בלתי מודע, עקרון "חוק מזעור המאמץ", שניסח הפסיכולוג הישראלי-אמריקאי חתן פרס נובל דניאל כהנמן. כשיש כמה רוטינות אפשריות לביצוע של מטלה, אנו נוטים לבחור את הדרך הקצרה ביותר, זו שדורשת את המאמץ המזערי.

במקרה השלישי מרחב החיפוש שהגענו אליו בזכות הסימולציה אינו מציע כל תקדים. במילים אחרות, הסימולציה אומנם שלחה אותנו לעיר מסוימת, אך לא מצאנו שם את מה שחיפשנו. האנושות כולה מצאה את עצמה במצב כזה עם פרוץ הקורונה. המגפה העולמית מיקמה את כולנו בעיר של מחלות ומגפות ללא תקדים למצב-מטלה שנוצר. בהיעדר תקדימים היה עלינו להיות יצירתיים - לעצב מסלול חדש. גם במקרה זה נזקקנו לרוטינות, אך החידוש מתבטא בכך שהיה עלינו להרכיב אותן באופן מקורי. מכאן ששימוש ברוטינות אינו סותר יצירתיות - רוטינות הן אבני בניין לפעולה יצירתית.

אוריינות מתמטית היא הכלי הטוב ביותר שיש ברשותנו להתמודדות עם הבלתי נודע. המכשול העיקרי לשימוש בכלי הזה הוא הנטייה המשולבת שלנו לסימולציה ולמזעור המאמץ, הגורמות יחדיו לקיבעון דיסקורסיבי ולממוצבות. בכך הן מונעות אוריינות. הסימולציה היא אפוא חרב פיפיות - היא מאפשרת לנו להתמודד בקלות עם מצבים יומיומיים מוכרים, ובד בבד מונעת פעולה חדשנית ויצירתית במצבים בלתי מוכרים.

מה אפשר לעשות כדי שתלמידינו יפתחו אוריינות? ספרד הציעה רשימה של ציוד הדרוש לעיסוק באוריינות:

- היכרות טובה עם "רחובות העיר" מתמטיקה, כלומר מאגר עשיר של רוטינות מתמטיות.
- מפה המראה כיצד מתחברות רוטינות אלו לרשת.

- מפות של דרכים בין-עירוניות - רוטינות למעברים בין ערים (מטבע הדברים גם לאחר 12 שנות לימוד לא יוכלו התלמידים לטייל בין כל שתי ערים, וההצטיידות במפות תימשך גם לאחר מכן).
 - שיטות היחלצות, כלומר רוטינות-על להתמודדות עם מצבים ללא תקדים ולחיפוש מעקפים.
 - חשיבה ביקורתית שתמתן את השפעת הממוצבות ותאפשר לתלמידים לבחון את המסלולים שהם בוחרים.
- הוראת המתמטיקה המסורתית מכוונת לשני הכלים הראשונים. היא אינה מפתחת את השלושה האחרים, ויש האומרים שאף מרחיקה אותם.

בתגובה על הדוגמאות שהציגה פרופ' ספרד, הציע פרופ' הרכבי להבחין בין ארבעה סוגים של פרופילים שמגלמים גישות לאוריינות מתמטית, כפי שהם באים לידי ביטוי אצל אנשים שונים:

- **התנגדות נחרצת להיכנס לשיח מתמטי** - אנשים אלו סבורים כי המתמטיקה והמדע הם עניין של דעות (דוגמה לכך היא הלקוח במספרה והתייחסותו למחלת הקורונה).
- **ממוצבות** - במצבים שדורשים התערבות מתמטית אנשים אלו פועלים עם (או על) עצמים מוחשיים שנמצאים סביבם. הם נשענים על השכל הישר, על רוטינות או על תקדימים שברשותם, ללא יישום הידע שנלמד בבית הספר (דוגמה לכך היא הפעולות של טלי בבעיית העוגיות).
- **שימוש בשיח מתמטי** - אנשים אלו עושים שימוש בשיח מתמטי כדי לייצג בעיה ולפעול בה בעזרת סמלים, לפתור אותה ולהסיק מידע באשר למצב המיוצג (דוגמה לכך היא הפעולות של מירה בבעיית העוגיות).
- **שימוש בשיח מתמטי גם כאשר אינו נדרש** - בפרופילים הקודמים השימוש (או אי-השימוש) בשיח מתמטי היה בתגובה למצבים שדורשים התייחסות או פתרון. בפרופיל זה מופעל שיח מתמטי גם במצב שאינו מזמין בהכרח תשובה. לעיתים מצבים מתמטיים נקרים בדרכנו, אך עוברים מול עינינו בלי שנשים לב אליהם כלל. מצבים אלו עשויים לשמש קרש קפיצה לפעילות מתמטית אם רק נסתכל בהם דרך המשקפיים המתאימות. הם יכולים לעורר בנו שאלות, וכדי להשיב עליהן יהיה עלינו לגייס משאבים (ממוצבים או בית-ספריים). דוגמה פשוטה: לוחית זיהוי של מכונית עשויות לעורר שאלות כמו "למה שמונה ספרות ולא שבע?" ו"מה היה קורה אילו השתמשו גם באותיות?"

אז מה עושים? פרופ' הרכבי הציע להתאים את המענה לתלמידים בעלי הפרופילים השונים: לבעלי הפרופיל הראשון יש להציג שאלות כגון מה זה ידע, מהי הוכחה וכיצד נבנה טיעון; לבעלי הפרופיל השני יש להשתמש בממוצבות כנקודת מוצא לפיתוח האוריינות. הממוצבות איננה בהכרח אויבת האוריינות, אלא יכולה להיות נקודת מוצא לפיתוח האוריינות. היא עשויה לשמש משאב לבנות עליו בסיס למתמטיקה בית-ספרית וגשר בין ידע יומיומי לבין המתמטיקה הבית-ספרית; לבעלי הפרופיל השלישי יש לבנות מודלים מתמטיים של סיטואציות חוץ-מתמטיות - פרקטיקה שכבר קיימת בתוכניות לימוד רבות. אך יש לזכור כי כדי לבנות מודלים כאלה, צריך להכיר היטב את הכלים המתמטיים הדרושים לשם כך, ולכן יש לשרש את הדיכוטומיה בין אוריינות למתמטיקה טהורה. ללא כלים מתמטיים טהורים לא תוכל גם האוריינות להתפתח ולהתקיים; את התלמידים בעלי הפרופיל הרביעי יש להעמיד בפני מצבים שהם בעלי פוטנציאל עשיר מבחינת המתמטיקה שביכולתם לפתח - ולעודדם לשאול שאלות הנוגעות למצבים אלו. דרך זו לפיתוח אוריינות אינה מקובלת בתוכניות לימודים.

רב שיח - יעדי הלימוד ודמות הבוגר

פרופ' שירי ארטשטיין-אבידן הציגה שתי תפיסות שליליות של תלמידים באשר למתמטיקה:

- התפיסה שהמתמטיקה משעממת ולא תשמש אותם בעתיד.
- התפיסה שהמתמטיקה קשה ומפחידה, ש"זה לא בשבילי".

שתי תפיסות אלו הן ביטוי לסלידה מהמקצוע. סלידה זו קשורה לדרך שבה מלמדים, לתכנים שמלמדים, וגם לחוסר הבנה של משמעות המתמטיקה: מה היא כוללת, מה אפשר לעשות בה ואיך היא מחוברת לחיים. הוראה מכוונת חשיבה עשויה לסייע בהתמודדות עם חלק מהבעיות הללו. יש לפתח אומץ מתמטי ואת היכולת לנסות להתמודד עם משהו חדש. היעדר אומץ קשור למוצבות ולנטייה להפעיל מאמץ מזערי שהזכירה פרופ' ספרד.

פרופ' שי שלו-שוורץ התייחס לתפקידה של הוראת המתמטיקה כהוראת שפה. לשיטתו, התפקיד החשוב ביותר של המתמטיקה הוא להיות שפת ההנדסה והמדעים. מה המשמעות של רכישת שפה? ברובד הבסיסי רכישת שפה כוללת אוצר מילים, הבנת מבנה תחבירי, הכרת האלף-בית וכדומה. הבנה מלאה של השפה דורשת את היכולת לבטא רעיונות ולהעבירם בכתב או בעל פה למישהו אחר, וכן להבין רעיונות של מישהו אחר. ביטוי רעיונות באמצעות שפה דורש רמה מסוימת של הפשטה.

לשיטתו של שלו-שוורץ, אוריינות מתמטית היא היכולת לקרוא ולהבין (ומן הצד השני - לכתוב ולנסח) מאמר הנדסי מדעי שמשמש בכלים מתמטיים שמוכרים לתלמיד. זו היכולת הנדרשת מעובדים מוצלחים בתעשיית ההייטק, וזו גם היכולת הנדרשת מכל תלמיד מחקר במדעים מדויקים או בהנדסה.

כמובן, עם התפתחות התלמיד הוא יוכל להבין מאמרים ורעיונות מורכבים יותר, אבל הרעיון דומה. לימוד מתמטיקה צריך להיות דומה ללימוד שפה, בדגש על הבנת הנקרא המתמטית ועל הבעה מתמטית, ולא רק על אוצר מילים ותחביר. כדי לשלוט בשפה המתמטית יש לבסס הבנה עמוקה, להסביר ולהוכיח משפטים, ולא רק להשקיע בתרגול הנוסחה. היכולת להסתכל על תמונה מכמה זוויות חשובה ביותר, והיא היא מהות החשיבה המדעית והמתמטית. כדי לעורר מוטיבציה יש להראות גם כיצד המתמטיקה רלוונטית לחיים האמיתיים.

שלו-שוורץ טוען כי תוכניות הלימודים ושיטות ההוראה צריכות אפוא להתרענן ולהשתנות. אפשר לעשות זאת בעזרת טכנולוגיות שיפתח משרד החינוך בשיתוף השוק החופשי. גם על תפקיד המורה להשתנות ולכלול יותר פיקוח על הלמידה ופחות הוראה פרונטלית. יתרה מזו, מכיוון שרוב התקשורת המדעית היא באנגלית, יש ללמד את מושגי המתמטיקה בתיכון ובאוניברסיטה גם באנגלית.

ד"ר סרגיי סומקין נדרש לחינוך המתמטי מהזווית של צורכי ענף ההייטק והציג ממצאי מחקר שערך עם שותפיו. לדבריו, בארבע השנים האחרונות ניכר שיפור באיכות כוח האדם בהייטק, ואפשר לייחסו בחלקו להצלחות במערכת החינוך. למשל עלייה חדה במספר בעלי מיומנויות הייטק (הן בענף ההייטק הן בענפי משק אחרים). במונח "מיומנויות הייטק" הכוונה למיומנויות כמו פתרון בעיות מורכבות, תקשורת בין-אישית, עבודה בצוות, חשיבה ביקורתית, חשיבה יצירתית, גמישות ולימוד עצמי. חלק מהמיומנויות מכונות "כישורי פיזה", וכישורים אלה ניתנים למדידה וגם לשיפור.

ד"ר סומקין הדגיש כי בקרב אוכלוסיית עובדי ההייטק בולטת תרומתו של החינוך הא-פורמלי: כ-2/3 מעובדי ההייטק השתתפו בהיותם תלמידים בפעילויות מחוץ לבית ספר, כ-20% בחוגי STEM. במחקר נמצא מתאם בין כישורי פיזה וחינוך א-פורמלי לבין בגרות הייטק (הכוללת 5 יחידות לימוד באנגלית, 5 במתמטיקה ו-5 בפזיקה או במדעי המחשב). נראה שכישורי פיזה וחינוך א-פורמלי מעוררים תחושת מסוגלות, וזו מאפשרת לתלמיד ללמוד לבגרות איכותית, ובהמשך הדרך גם לתואר איכותי. התרומה למשק רבה: ככל שהפרט בוחר במסלול שמכיל יותר רכיבים מבגרות הייטק בבית

ספר, הוא ירוויח יותר ותוצרו יהיה גבוה פי שניים מתוצר של עובד אחר. סומקין שיתף בהמלצות שעלו ממחקרם:

- יש להקנות כישורי פיזה.
- יש להגביר קורסי STEM כבר בחטיבות הביניים ולהגדיל את שיעור בעלי בגרות הייטק.
- יש לערוך שינוי מהותי בלימודי השפה האנגלית כדי שהתלמידים יוכלו לנהל שיחה, להציג נושא ולנהל דיון באנגלית.

פרופ' עדו גל התייחס לאוריינות מתמטית כאל חלק ממארג רחב יותר של מיומנויות יסוד שיש לפתח בקרב כל תלמידי ישראל. במיומנות יסוד הכוונה למיומנויות שאזרחים בוגרים נדרשים להפעיל ללא הרף בהקשרי חיים רבים. המונח "מיומנויות" משלב בסיסי ידע בתחומים שונים, עמדות, תפיסות ואמונות תומכות, הרגלי חשיבה ותחושת מסוגלות עצמית.

המונח "אוריינות מתמטית" הופיע בישראל לפני יותר מ-20 שנה כחלק מתוכנית המדידה של פיזה, ומאז המערכת מתקשה להתמודד עימו. גל סבור כי אחת הסיבות לקושי היא שרואים באוריינות מתמטית יכולת נפרדת, במקום לראות בה חלק מרשת רחבה של מיומנויות הנדרשות להתמודדות יעילה עם מטלות החיים בעולם הבוגרים.

אוריינות מתמטית קשורה לאוריינות לשונית: רוב המידע המועבר לאזרחים הוא מידע כתוב שיש לפרש. אוריינות מתמטית קשורה גם לאוריינות סטטיסטית, מאחר שחלק מהמידע המתמטי המועבר לאזרחים באמצעי התקשורת מבוסס על חישובים סטטיסטיים (תקופת הקורונה היא דוגמה טובה לכך). בשנים האחרונות תשומת לב ניתנת לתחומים נוספים שהם חלק מאוריינות מתמטית, למשל הבנת נתונים, לרבות נתוני עתק (ביג דאטה) והבנת אומדני סיכונים לשם קבלת החלטות בתנאי אי-ודאות בהקשרים של ניהול פיננסי וניהול בריאות אישית.

גל הדגיש ארבעה נושאים הראויים לתשומת לב מיוחדת בתוכניות הלימוד בתחום האוריינות המתמטית: הבנת מסרים וטיעונים סטטיסטיים (הנוגעים לחברה או למשק הכלכלי למשל); הבנת מודלים המבוססים על נתונים באשר לתופעות בעולם האמיתי; הבנת המשמעות של מידע כמותי בהקשרי חיים אותנטיים (ולא בהקשרים מומצאים); יכולת ניתוח ביקורתי של טיעונים מתמטיים וסטטיסטיים.

כדי להראות איך ארבעת הנושאים משתלבים במיומנות הנדרשת לתפקוד אפקטיבי בעולם הבוגרים, נתן גל כדוגמה את הדיון על פערי שכר בין גברים לנשים: בכתבה לכבוד יום האישה הבין-לאומי הוצג טיעון סטטיסטי הנוגע לפערי שכר ניכרים בין נשים לגברים, אך בכתבה מאוחרת יותר נאמר שהממונה על השכר במשרד האוצר טוען שפערי השכר קטנים הרבה יותר. במקרים אלה נעשה שימוש במודלים סטטיסטיים שונים לניתוח תופעות חברתיות וכלכליות בעלות משמעות רבה בחיי הפרט ובחיי קהילות ומשפחות. אך טיעונים כאלו הם מורכבים, ורוב המידע באשר למקורות שעליהם הם מבוססים (למשל תהליכי מידול) סמוי מהעין. על האזרחים לקרוא, לדעת לשאול שאלות ביקורתיות באשר למקורות המידע המוצג, לאופן ניתוחו ולדרך הסקת המסקנות, ולבחון עד כמה כל אלו תומכים בטיעונים שהוצגו.

ברמה המערכתית נשאלת השאלה מתי ללמד אוריינות מתמטית. מערכת החינוך מחויבת להכין בוגרים ובוגרות לעולם המבוגרים, ולכן אי אפשר לעסוק באוריינות מתמטית רק בחטיבת הביניים. יש חשיבות רבה לרצף ולתיאום מערכת השיעורים העוסקים באוריינות מתמטית (וסטטיסטית) לאורך כל שנות הלימוד.

אוריינות מתמטית - הגדרות ורכיבים בישראל ובפיזה | ד"ר נעה שחורי-

איל, ראמ"ה

שחורי-איל הציגה בהרצאתה השוואה שנערכה בראמ"ה בין ההגדרות של אוריינות מתמטית במסגרת המושגית של מחקר פיזה, בתוכנית הלימודים בחטיבת הביניים ובמסמך תפיסת הלמידה המתחדשת של משרד החינוך.

מחקר פיזה נערך בקרב תלמידים בני 15, לקראת סוף לימודי החובה שלהם, ובודק אילו כלים ומיומנויות יש להם, ועד כמה הם יכולים ליישם בהקשרים ובמצבים מציאותיים. אפשר לחשוב על מחקר פיזה כעל אמת מידה, סרגל שאנחנו מודדים את עצמנו לעומתו, ואפשר לראות בו פלס שאנחנו מנסים להתיישר לפיו.

תפיסת הלמידה המתחדשת היא חזון מתגבש אשר נועד לעדכן ולהגדיר את מטרות הלמידה במערכת החינוך, ולהניע את המערכת מתוכנית לימודים שממוקדת בידע לתוכנית למידה שממוקדת בלומדים. במסמך מוצגת רשימה של 13 מיומנויות מרכזיות שאמורות לאפיין את בוגרי מערכת החינוך במאה ה-21. לאוריינות מתמטית מקום של כבוד ברשימה זו.

במסגרת המושגית של פיזה אוריינות מתמטית מוגדרת כ"יכולת לחשוב חשיבה מתמטית, לנסח ליישם ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים מהעולם האמיתי. אוריינות מתמטית כוללת מושגים, פרוצדורות, עובדות וכלים שונים שמטרתם לתאר להסביר ולחזות תופעות שונות".

בתפיסת הלמידה המתחדשת אוריינות מתמטית מוגדרת כיכולת "לייצג מצבים ותופעות בשפה מתמטית וליישם ידע, מיומנות ואסטרטגיית חשיבה מתמטיים על אודות נתונים, כמויות, גיאומטריה ותבניות למגוון צרכים והקשרים לימודיים וחופץ לימודיים". שתי ההגדרות האלו כוללות רכיבים דומים. בתוכנית הלימודים לחטיבת הביניים אין התייחסות מפורשת לאוריינות מתמטית.

שחורי-איל השוותה בין שלושת המסמכים בשלושה צירים מרכזיים: תחומי תוכן, חשיבה מתמטית והקשר. מחקר פיזה שימש לה נקודת מוצא להשוואה.

תחומי תוכן:

לפי פיזה תחומי התוכן הם:

- **כמות:** מספרים ויחידות, פעולות חשבון, אחוזים ויחסים ופרופורציות מופיעים בשלושת המסמכים. עקרון הכפל מופיע בתוכנית הלימודים, אך לא במסמך תפיסת הלמידה המתחדשת. קומבינטוריקה פשוטה והדמיות מחשב מופיעות בפיזה, אך לא במסמכים האחרים. הדמיות מחשב מצויות במוקד תוכנית הלימודים של פיזה בשל התפיסה שהן מסייעות להתמודד עם הבעיות המורכבות המאפיינות את תחום הכמות.
- **אי-ודאות ועיבוד נתונים:** בתחום תוכן זה יש מידה רבה של השקה בין המסמכים. איסוף מידע, ייצוג ופרשנות נמצאים בכל שלושת המסמכים. כך גם קבלת החלטות מותנית - אם כי בתוכנית הלימודים מוצגת תשתית תאורטית רחבה יותר, ופחות שאלות התניה ופרקטיקה. שונות ותיאור שונות נמצאים בתוכנית הלימודים, אך לא בתפיסת הלמידה המתחדשת. דגימה ומדגם אינם מופיעים באף אחד מהם.

- **שינוי יחסים:** מידול, שינוי יחסים באמצעות פונקציות ומשוואות נמצאים גם בתוכנית הלימודים וגם בתפיסת הלמידה המתחדשת. כך גם ייצוגים אלגבריים וגרפיים של יחסים. מעבר בין ייצוגים נמצא בתוכנית הלימודים ואף מקבל בה דגש, אך לא נמצא בתפיסת הלמידה המתחדשת. תופעות של צמיחה מופיעות באופן מובלע בתוכנית הלימודים, אך לא בתפיסת הלמידה המתחדשת (שם נקראים המורים ללמד את הנושא בהקשר מציאותי, אך אין הוא נושא מרכזי).

- **מרחב וצורה:** יחסים בתוך עצמים גאומטריים ומדידה נמצאים גם בתוכנית הלימודים וגם בתפיסת הלמידה המתחדשת. קירובים גאומטריים מופיעים בתוכנית הלימודים, אך לא בתפיסת הלמידה המתחדשת.

לסיכום, ניכרת התאמה רבה מבחינת התכנים בין פיזה 2022 לתוכנית הלימודים בחטיבות הביניים. ההבדל העיקרי ביניהם הוא העיגון בהקשר המציאותי, ההקשר החוץ-מתמטי. זהו מאפיין מרכזי בפיזה, אך מרכזי הרבה פחות בתוכנית הלימודים. בתפיסת הלמידה המתחדשת יש ייצוג מצומצם יותר לתחומי התוכן, אך ייתכן שהדבר נובע מהרזולוציה ומהדגש במסמך, שעוסק במיומנויות וביכולות ליבה יותר מאשר בתכנים.

חשיבה מתמטית: לפי מחקר פיזה, חשיבה מתמטית היא תהליך מחזורי (מעגל המידול) ובו שלושה שלבים: ניסוח בעיה מציאותית בשפה מתמטית; יישום בכלים מתמטיים; פירוש והערכת המידה שבה הפתרון עונה על הבעיה בעולם המציאותי.

במסמך תפיסת הלמידה מופיעים כמה משלבי התהליך, אך לא המעגל כולו. שלב ניסוח הבעיה, למשל, מופיע כחלק מתהליך המידול תחת הנושא של אוריינות כמותית, אך לא כתרגום של בעיות חוץ-מתמטיות.

בתוכנית הלימודים לחטיבת הביניים באות לידי ביטוי כל פעילויות היישום שנכללות בהגדרה של חשיבה מתמטית, אך שלב הפירוש וההערכה מצומצם יחסית ומופיע בהקשר שהוא תוך-מתמטי בלבד, ללא חזרה לבעיה בעולם המציאותי. בתוכנית הלימודים הנוכחות של חשיבה מתמטית רבה מזו שבמסמך תפיסת הלמידה, אך לא כתהליך רציף, וגם בתוכנית הלימודים חסר ההקשר המציאותי.

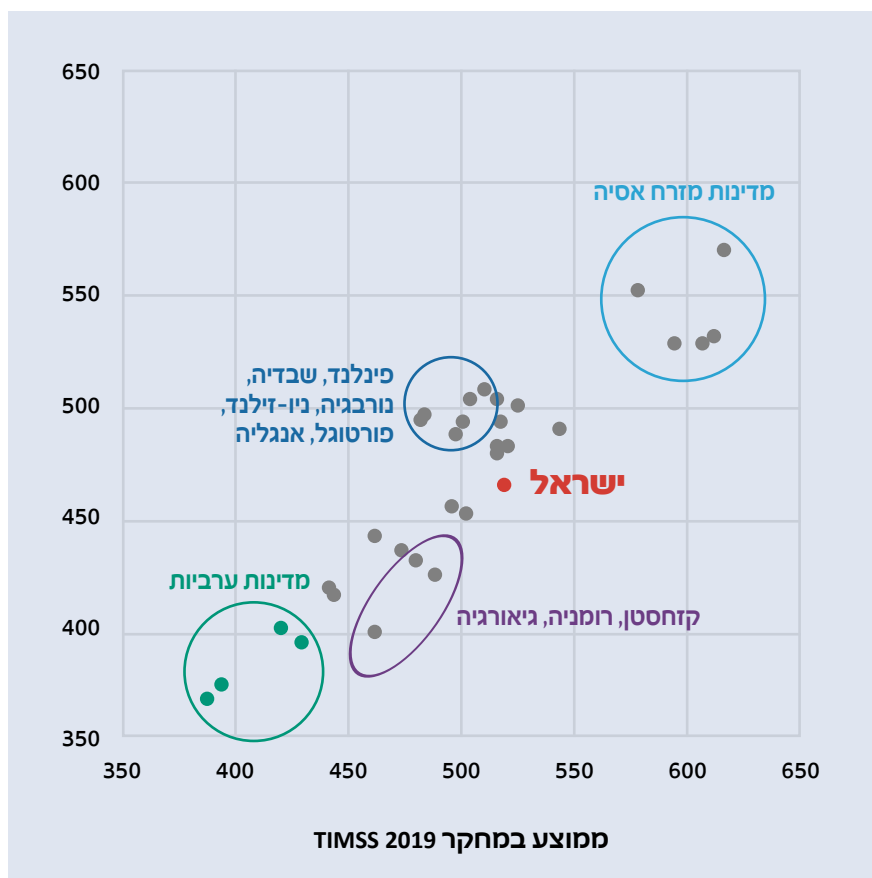
הקשר: ההקשר של הבעיה משפיע על בחירת הכלים שישמשו אותנו לפתרונה, על האופן שבו נשתמש בהם, על האסטרטגיות שנקוט ועל ההערכה של הפתרון. בפיזה מופיעים ארבעה הקשרים: הקשר אישי (דברים שקשורים לעולמות הפרט); הקשר תעסוקתי (כגון משכורת, מלאי); הקשר חברתי (הקהילה המקומית שלי, דמוגרפיה, מדיניות ציבורית, סקרי דעת קהל וכו'); והקשר מדעי (גנטיקה, רפואה וגם הקשרים תוך-מתמטיים). במסמך תפיסת הלמידה כמעט שאיננו מזהים הקשר. בתוכנית הלימודים לחטיבת הביניים אין הנכחה שיטתית מוצהרת של הקשרים, אך מופיעות בעיות בהקשר האישי. נדיר ביותר למצוא בה בעיות בהקשר המדעי, החברתי והתעסוקתי.

לסיכום, תוכנית הלימודים לחטיבת הביניים הולמת במידה לא מבוטלת את פיזה מבחינת התכנים, אבל לא מבחינת המיומנויות וההטמעה. בתפיסת הלמידה המתחדשת, גם בגלל אופייה, יש ייצוג מצומצם יותר הן לתכנים הן למיומנויות - ובשני המסמכים בולט חסרונו של ההקשר החוץ-מתמטי. חשוב לציין שהשוואה זו מבוססת על תוכנית הלימודים המתוכננת, ולא על זו המיושמת בפועל.

תמונת מצב: הישגי התלמידים בישראל | ד"ר יוסי מחלוף, ראמ"ה

מחלוף הציג בהרצאתו ממצאים של שני מחקרים בין-לאומיים העוסקים במצבם של תלמידי ישראל במתמטיקה: פיזה (PISA) - מחקר מטעם ה-OECD שבוחן אוריינות מתמטית בקרב תלמידים בני 15 אחת לשלוש שנים; וטימס (TIMSS) - מחקר מטעם ה-IEA שבוחן ידע קוריקולרי ומיומנויות בקרב תלמידי כיתות ח' אחת לארבע שנים. כמו כן התייחס מחלוף לבחינות המיצ"ב (מחקר ארצי שבדק ידע ומיומנויות במתמטיקה בהתאם לדרישות תוכנית הלימודים בישראל).

מצבה של ישראל בתחום האוריינות אינו מזהיר: במחקר פיזה 2018 דורגה ישראל במקום ה-32 מבין 37 המדינות החברות ב-OECD שהשתתפו במחקר; במחקר טימס 2019 היה מצבה טוב יותר: היא דורגה במקום הרביעי מבין 18 המדינות החברות ב-OECD שהשתתפו במחקר. הפער בדירוג ניכר גם כאשר בוחנים רק מדינות שהשתתפו בשני המחקרים.



זאת ועוד, כפי שאפשר לראות בשקף המצורף, ישראל נמצאת מתחת לקו הניבוי שמנבא את ההישגים בפיזה על סמך ההישגים בטימס. מכלול הממצאים מעיד על קושי של תלמידי ישראל באוריינות מתמטית.

ישראל ממוקמת בראש מדורג המדינות על פי מדד פיזור הציונים באוריינות מתמטית במחקר פיזה, כלומר הפיזור בישראל הוא הגדול ביותר. תופעה זו אינה ייחודית לאוריינות מתמטית, היא ניכרת גם באוריינות מדעית ובאוריינות קריאה. גם במחקר טימס פיזור ההישגים בישראל גבוה יחסית, אך לא כמו בפיזה. פיזור הציונים הגדול במחקר פיזה אינו נובע רק מפערים בין פלחי אוכלוסייה בשפה, במגדר או ברקע החברתי-כלכלי-תרבותי, שכן גם בתוך בכל פלח אוכלוסייה, שהוא יחסית הומוגני יותר, הפיזור בישראל לעיתים גדול יותר מהפיזור הממוצע במדינות ה-OECD. תופעה מעניינת נוספת היא שבכל מגזר שפה פיזור הציונים בקרב הבנים גדול מזה שבקרב הבנות.

מחלוף ציין שחל שיפור בממוצע ציוני תלמידי ישראל באוריינות מתמטית בין מחזורי מחקר 2009 ו-2012, ומאז הוא נותר יציב. עם זאת בקרב דוברי ערבית לא חל שיפור באוריינות המתמטית בין השנים 2006-2018, מכאן שהשיפור הכללי מיוחס לשיפור בקרב דוברי העברית. כלומר הפערים בין מגזרי השפה גדולים מאוד, ואף התרחבו במרוצת השנים. במבחני הידע הקוריקולרי - טימס ומבחני המיצ"ב - חל השיפור הרב ביותר בשנים אלו (במבחני המיצ"ב חל שיפור מתון נוסף עד שנת 2018). השיפור ניכר בממוצע ההישגים של שני מגזרי השפה (בטימס הוא ניכר אף יותר בקרב דוברי הערבית). כלומר הפערים בין מגזרי השפה מתונים יותר, ובטימס אף הצטמצמו במרוצת השנים.

הקשר החזק והעקבי בין רקע חברתי-כלכלי להישגים במתמטיקה, שניכר במחקרים שונים ובמגזרים שונים, כמעט אינו בא לידי ביטוי בקרב דוברי הערבית באוריינות מתמטית: בפיוזה ניכר פער קטן ולא מובהק בין ממוצעי ההישגים של תלמידים דוברי ערבית מרקע בינוני ומרקע נמוך, לעומת פערים ניכרים ועקביים בטימס ובמיצ"ב. כמו כן בפיוזה הפער בין מגזרי השפה ניכר גם כאשר שולטים על קבוצות הרקע הכלכלי-חברתי-תרבותי. ממצאים דומים עלו גם באשר לאוריינות מדעית ולאוריינות קריאה. לעומת זאת בטימס ובמיצ"ב הפער בין מגזרי השפה כמעט אינו ניכר כאשר שולטים על קבוצות הרקע החברתי-כלכלי.

במחקרים בין-לאומיים, וכן במחקרים ישראליים, נהוג לחלק את סולם הציונים לרמות בקיאות, המתארות מה תלמידים בכל רמה נתונה יודעים ומסוגלים לעשות. במחקר פיוזה 2018 היה שיעור התלמידים המצטיינים בישראל דומה לממוצע במדינות ה-OECD, וכמעט כל המצטיינים היו דוברי עברית; כשליש מהתלמידים סווגו כמתקשים, לעומת רבע בממוצע מדינות ה-OECD; בקרב דוברי ערבית 2/3 מהתלמידים סווגו כמתקשים, וקיים חשש ממשי שיתקשו להשתלב בשוק העבודה בעתיד.

האם רמת הבקיאות באוריינות מתמטית, כפי שהיא משתקפת במחקר פיוזה, מנבאת הצלחה בלימודי המתמטיקה בתיכון? בראמ"ה עקבו חוקרים אחר התלמידים שהשתתפו בפיוזה 2015, ובדקו את הקשר בין ההישגים באוריינות מתמטית לבין היקף ההיבחות בבגרות במתמטיקה. נמצא שככל שרמת הבקיאות בפיוזה הייתה גבוהה יותר, כך שיעור הנבחנים בבגרות במתמטיקה בהיקף של 4 ו-5 יחידות לימוד הלך וגדל. מגמה זו משתקפת בכל אחד ממגזרי השפה, אך יש לה חריגים: שיעור לא מבוטל של תלמידים שהצטיינו בפיוזה, נבחנו בבגרות בהיקף של 3 יחידות לימוד בלבד, ומיעוטם אף לא ניגשו כלל לבגרות במתמטיקה, בעיקר בקרב דוברי עברית. לעומת זאת שיעור לא מבוטל של תלמידים שהתקשו בפיוזה, נבחנו בבחינת הבגרות במתמטיקה בהיקף של 4 או 5 יחידות לימוד, בעיקר בקרב דוברי ערבית.

הפערים בין הממצאים בפיוזה (הערכת אוריינות מתמטית) לבין הממצאים בטימס ובמיצ"ב (הערכת ידע קוריקולרי ומיומנויות), הפערים המגזריים שניכרים יותר בפיוזה, והיעדר הקשר בין רקע חברתי-כלכלי והישגים במתמטיקה בקרב דוברי ערבית - כל אלה יכולים לנבוע משילוב חלקי של רכיבי אוריינות בתוכנית הלימודים במתמטיקה (בעיקר מיומנויות חשיבה מתמטית והקשרים). הם יכולים גם לשקף יישום מצומצם של הוראה בגישה אוריינית. גם כאשר ננקטת הוראה בגישה אוריינית, לא ברור טיבה ועד כמה היא מקנה לתלמידים אוריינות מתמטית, בעיקר במגזר הערבי.

מחלוף ציין שלהשתתפות במחקרים בין-לאומיים יתרונות (שיקוף מצבה של ישראל ביחס למדינות אחרות עשוי לסייע לקובעי מדיניות), אך גם חסרונות. מחקרים בין-לאומיים אינם הולמים במלואם את תוכניות הלימוד המקומיות ואת מכלול יעדיהן. אין אפוא לקדש את המדרג ולהתמכר למדדים, ואין לאמץ גישות כלכליות ולגבש רפורמות שאינן מתחשבות במאפייני המקום, בחזון החינוכי ועוד.

המחקרים הבין-לאומיים מסייעים בהערכת האוריינות המתמטית, אך אין בהם די. יש להיעזר בכלים נוספים: מחקרים ארציים מדגמיים או מקיפים המותאמים לתוכנית הלימודים, מדי שנה ובשכבות הגיל השונות; וכמובן תוכניות הערכה פנימיות וכלי הערכה המותאמים לצורכי בית הספר והכיתה. גם כלי ההערכה אין בהם די: עליהם להתלוות לתוכניות לימודים מתאימות, למסמכי מדיניות, להכשרות מורים ולחומרי לימוד מתאימים.

ריאיון מצולם עם פרופ' זבגנייב מרצ'יניאק: סיפור ההצלחה בפולין ותובנות

באשר להישגי ישראל בפיזה | מראיינת: ד"ר מיכל אילון

פרופ' מרצ'יניאק סיפר בריאיון על הרפורמה שנערכה בפולין ועל הגורמים שהניעו אותה. במבחן פיזה 2003 דורגה פולין מתחת לממוצע מדינות ה-OECD במתמטיקה. בניתוח ממצאי המבחן נמצא כי התלמידים אינם מסוגלים להתמודד עם בעיות שלא נתקלו בהן בעבר. בעקבות כך נערכה רפורמה בלימודי המתמטיקה - וזו הביאה לשיפור ניכר בהישגי התלמידים.

במסגרת הרפורמה הופקו כמה מאות של שאלות לדוגמה, אשר מצד אחד עודדו את התלמידים לחשוב, ומצד שני לא היו קשות מדי ויועדו לכלל אוכלוסיית התלמידים. שאלות אוריינות אלו שולבו במבחנים הארציים ובעקבות כך השתפרו הישגי פולין בפיזה ב-2012, וגם התלמידים החלשים ביותר התקדמו.

*מעגל המידול לפי פיזה 2021

כולל שלושה שלבים: שלב הניסוח - שבו מתרגמים את הבעיה מהעולם האמיתי לבעיה מתמטית; שלב היישום - שבו פותרים את הבעיה המתמטית; ושלב הפירוש וההערכה - שבו מבינים את הפתרון המתמטי במונחים המציאותיים ובוחנים באיזו מידה הוא עונה על הבעיה המקורית.

לבקשת קרן טראמפ בחנו פרופ' מרצ'יניאק וצוותו את הישגי

ישראל במבחני פיזה. מהניתוח עלה שהתלמידים הישראלים טובים למדי

במתמטיקה פורמלית, שלב היישום של מעגל המידול, שהוא שלב של מתמטיקה טהורה. עם זאת הם נתקלו בקשיים בשלב הראשון, שבו היה עליהם להתמודד עם מצב לא מוכר בהקשר חוץ-מתמטי, ולנסות לתרגמו למתמטיקה. הבעיה בלטה במיוחד בתחום המרחב צורה, משום שקשה להפוך את נושא הגאומטריה לאלגוריתם. הבעיות בגאומטריה הן הבעיות הקשות ביותר לכלל תלמידי העולם.

לשיטתו של מרצ'יניאק, כדי לשפר את ההישגים - ובפרט כדי להגדיל את מספר התלמידים ברמות הגבוהות של פיזה, 5 ו-6 - יש לפעול באמצעות הגאומטריה ולשלב שאלות שגורמות לתלמידים לחשוב. דוגמה לשאלה כזו: קחו ריבוע בגודל מטר על מטר וחלקו אותו לריבועים קטנים של סנטימטר אחד. הציבו את הריבועים האלה זה אחרי זה. מה האורך של שורת הריבועים שתתקבל?

עוד עולה מניתוח תשובות תלמידי ישראל שהם מותירים שאלות רבות לא פתורות, ולא פעם אפילו אינם מנסים לענות על השאלה. הדבר מרמז על כך שהתלמידים אינם מאמינים בעצמם. הדרך לבסס תחושת מסוגלות היא לתת לתלמידים זמן לחשוב, ולאפשר להם להגיע לתשובה בכוחות עצמם.

השאלות שעל המורים להביא לכיתה צריכות לאתגר את התלמידים, אבל בד בבד לא לגרום להם לתסכול. תפקידו של מורה טוב לזהות מה ילד מסוגל לעשות ולתת לו משימה קשה יותר, אבל רק במעט, כדי שיצליח. כשמלמדים מתמטיקה חשוב לעורר רגש חיובי.

כדי לשפר את ממוצע ההישגים בפיזה, יש לעבוד עם בעלי ההישגים הנמוכים. שתי סיבות לכך: ראשית יש יותר תלמידים בעלי הישגים נמוכים (סיבה סטטיסטית); שנית לא נדרש הרבה מאמץ כדי לשפר את התוצאות הנמוכות. מדובר פה בידע בסיסי ביותר. רמת השאלות במתמטיקה בפיזה נמוכה הרבה יותר ממה שאנשים סבורים לרוב שעליה להיות, ולכן גם המתקשים יכולים להגיע לרמה זו.

לסיכום המליץ מרצ'יניאק שתי המלצות: תנו לתלמידים לחשוב בעצמם - תנו להם בעיות שיעניינו אותם ויגרמו להם לחשוב, ותנו להם די זמן להתמודד איתן; הבהירו למורים שאינם יכולים לחמוק מהוראת אוריינות מתמטית - הדרך הכי טובה להבהיר זאת היא לשלב בעיות כאלה במבחנים.

מה אפשר ללמוד מסינגפור ומהולנד על ההוראה וההיבחות בישראל?

| פרופ' אורית זסלבסקי

בחלק הראשון של הרצאתה אפיינה זסלבסקי משימות אוריינות, ובחלקה השני השוותה את הנעשה בארץ לנעשה בהולנד ובסינגפור.

אוריינות מתמטית, על פי המסגרת המושגית של פיזה, קשורה לבעיות מהעולם האמיתי ולמידול (פתרון בעיות מהמציאות בכלים מתמטיים), ומחייבת מעברים בין העולם המתמטי לעולם האמיתי.

נקודת המוצא שלנו היא שאחד הגורמים המרכזיים להצלחה בפיתוח אוריינות הוא המשימות עצמן, העיסוק בהן. זסלבסקי פיתחה מערכת של קטגוריות לניתוח ולאפיון בעיות אורייניות, שחלקן מופיעות במאגר משרד החינוך. אחת הקטגוריות נוגעת לאפיון הקשר של הבעיה לעולם המציאותי - האם הוא אותנטי והגיוני? זסלבסקי ציינה שלא כל בעיה שמעוגנת בסיטואציה מחיי היום-יום היא בעיה אוריינית, ולהפך - לא כל בעיה אוריינית מעוגנת בסיטואציה מחיי היום-יום. בעיה אוריינית יכולה להתקיים בתוך העולם המתמטי - למשל במעבר בין ייצוגים שונים. עם זאת הדגש במסגרת של פיזה הוא על בעיות מהעולם החוץ-מתמטי, ולכן היא עוסקת בבעיות מסוג זה. קטגוריות נוספות לאפיון בעיות אורייניות הן: תהליכי המידול הנדרשים מהתלמיד, הרמה הקוגניטיבית שדורשת המשימה, נגישות המשימה לתלמידים ברמות שונות ודרכים למינוף המשימה.

הקטגוריות משמשות גם להערכת תוכניות הלימודים ומערך ההיבחות במתמטיקה במדינות אחרות בעולם. זסלבסקי השוותה במחקרה בין סינגפור והולנד - שתי מדינות שהשיגו הישגים גבוהים מאוד בפיזה, אך בדרכים שונות בתכלית. המחקר התבסס על פרסומים מהולנד ומסינגפור ובהם תיאור מפורט של לימודי המתמטיקה (בהולנד הסתמך המחקר גם על אוסף של מבחני בגרות אותנטיים, אך בסינגפור רק על מה שבחירה המדינה להביא כדוגמה, ולכן יש לסייג את המסקנות).

מן המחקר עלו הבדלים ניכרים בין שתי המדינות במשימות אוריינות, למשל באופן קישור העולם המתמטי לעולם החוץ-מתמטי. בהולנד רווחת גישה של הצמחת עקרונות מתמטיים מתוך משימות ועקרונות מתמטיים; לעומת זאת בסינגפור רווחת גישה של יישום עקרונות מתמטיים שנלמדו קודם לכן. בשתי המדינות מסתייעים במבחנים חיצוניים. לכל אחת מהגישות נקודת החוזק שלה: בהולנד מודגשת ההתבוננות בעולם בעין מתמטית, ואילו בסינגפור ניכר ניהול הדוק של הלמידה והלומדים, וכן עידוד וליווי התלמידים במסלולים המתקדמים.

זסלבסקי הדגישה כי אימוץ של רפורמות וגישות ממדינות אחרות מחייב זהירות והתאמה לתרבות. מורות מסינגפור שלמדו את השיטה ההולנדית טענו שעל אף מעלותיה הרבות אימוצה חייב שינוי פרדיגמטי ותמיכה רבה יותר במשאבים. בישראל יש להביא בחשבון, למשל, את המשמעת הרופפת, הבאה לידי ביטוי גם בהיעדרויות מבית הספר, תופעה שאינה קיימת בסינגפור. החוקרות המליצו לעבוד עם מורים, לספק להם מאגר גדול של בעיות אוריינות טובות ולהפוך את שיעורי פיתוח האוריינות לדבר שבשגרה. העבודה עם המורים חשובה לאין שיעור משינוי תוכנית הלימודים.

מושב שלישי

פאנל בהנחיית פרופ' טלי נחליאלי ובהשתתפות נציגי תוכניות לשילוב אוריינות מתמטית בחטיבות הביניים

בפאנל נדונו שאלות כגון:

- מהו השינוי שהתוכנית מנסה להוביל?
- מה נעשה כדי לקדם את השינוי?
- אילו אתגרים מקשים לקדם את השינוי?
- מה נדרש כדי להתמודד עם אתגרים אלו?

ניצה שיאון | תוכנית i-MAT

תוכנית i-MAT של הטכניון עוסקת בתכנון ובפיתוח משימות אוריינות ומשימות של מידול מתמטי. במשימות אלה, המבוססות על תוכנית הלימודים הקיימת, ההקשר האמיתי הוא טכנולוגי. המשימות מפגישות את התלמידים עם בעיות לא מוכרות, ולכן מזמנות חשיבה אחרת.

לדברי שיאון, תלמידים נהנים להתמודד עם משימות חדשות ומעניינות, המבהירות את הקשר בין העולם האמיתי למתמטיקה - כלומר את הצורך במתמטיקה בעולם האמיתי. לעומת זאת המורים, אשר נדרשים לעמוד בדרישות ובהספקים שנקבעים בתוכנית הלימודים, מתקשים להקדיש את הזמן הנדרש לשילוב משימות האוריינות בכיתה, בייחוד כאשר יש להם ניסיון ארוך שנים בעבודה מסוג אחר. למורים אין די מוטיבציה לעצור את השטף הרגיל וללמד שיעור אוריינות, ועל כן חשוב לשכנעם בערך של שיעורים אלו ובתרומתם ליכולת של התלמידים להתמודד עם עולם המחר. חשוב למצוא את המינון הנכון לשילוב אוריינות, שיאפשר למורים להתגבר על הקושי. שיאון הדגישה את החשיבות ביצירת חשיפה סדירה שגרתית למשימות אוריינות, שכן חשיפה של פעמיים בשנה לא תביא שינוי. היא ציינה שמניסיונם של מפעילי התוכנית עולה שההתמדה מביאה לשיפור. לדוגמה: בקהילת מורים שהתקשתה בשנה שעברה במשימות, חל השנה שיפור הן משום שהמורים מבינים טוב יותר את התוכנית משום שהניסיון החיובי בשנה שעברה עורר בהם מוטיבציה.

ח'ולוד אבו ריא | מודלים לחשיבה

התוכנית מודלים לחשיבה מזמינה תלמידים לחשוב בצורה מתמטית על תופעות מציאותיות, תוך שימוש בכלים טכנולוגיים בסימולציות ובניתוח נתונים. לדברי אבו ריא, הטכנולוגיה יכולה למלא תפקיד מרכזי בקידום מידול מתמטי. התלמידים נעזרים בכלי הסימולציה כדי לדמות מצבים שקשה לדמות באופן אחר: הם חוקרים הקשרים ומצבים דרך הנחת הנחות, איסוף נתונים שונים והצבתם, מציגים יותר מפתרון אחד עבור נתוני פתיחה שונים, וכל זאת אגב אינטראקציה משחקית. למורים הטכנולוגיה מאפשרת ניתוח אוטומטי של תשובות התלמידים והצגת הרעיונות שעולים. בכך היא מסייעת להם להתאים את ההוראה לתלמידים ולנהל דיון שמתבסס על עבודת התלמידים. מתברר שכלל שהמורים משתמשים יותר במערכת, הולכות ומעמיקות תובנותיהם.

מנחי התוכנית מתמודדים עם כמה סוגי אתגרים:

- **מחסור בתשתיות** - היעדר די מחשבים, חסימת אתרים בבתי הספר וחיבור אינטרנט חלש.
- **חוסר זמן** - המורים צריכים להספיק חומר, ולכן מעדיפים פעילויות שהתלמידים ייבחנו עליהן. כך, למרות שמורים רבים מתלהבים מהפעילות בהשתלמויות המורים, הם אינם מכניסים אותה לכיתה.
- **קושי בהתמודדות עם הכלי הטכנולוגי ובאימוץ פרקטיקות הוראה מתאימות** - המידע הרב שמועבר באמצעות הכלי הטכנולוגי מבלבל לעיתים את המורים, ושימוש בתשובות התלמידים כדי לקדם את הלמידה בכיתה הוא פרקטיקה מורכבת. אומנם המורים לומדים בהשתלמויות כיצד להשתמש במערכת ובאילו פרקטיקות הוראה להיעזר, אך פעמים רבות אינם מיישמים פרקטיקות אלו בכיתה, אלא חוזרים לאלה שהם רגילים אליהן.

מנוחה פרבר | פרויקט מהלכיים

המטרה של פרויקט מהלכיים - "מעלים את הרף לכיתות המתמטיקה" - לעודד שילוב של פתרון בעיות מתמטיות מאתגרות בשיעורים. השאיפה היא שהתלמידים יתמודדו עם קושי ואתגר באופן פרודוקטיבי, ולא יתייאשו. העלאת הרף באה לידי ביטוי ברמת המיומנויות המתמטיות הנדרשות במהלך פתרון הבעיה, בתדירות השיעורים המשלבים פתרון בעיות, ובמשך הזמן שבו התלמידים מתמודדים עם בעיה.

קשיים ביישום התוכנית:

- בעיות מתמטיות מאתגרות מעוררות מידה מסוימת של עמימות וחוסר ודאות, ומקשות על המורים להיות בשליטה מלאה, כפי שהם רגילים.
 - גם את התלמידים בעיות אלה מוציאות מאזור הנוחות, משום שאין להם אלגוריתם לפתרון, והן דורשות מיומנויות מתמטיות גבוהות.
 - אילוצי הזמן מעוררים קושי נוסף. גם מורים שרוצים לשלב התמודדות עם בעיות מאתגרות בשיעורים, נתונים בלחץ להספיק ללמד את החומר הנדרש בתוכנית הלימודים.
 - אתגר נוסף נעוץ בשינוי תפיסת התפקיד של המורים. המורים רגילים לראות את עצמם כמי שמסייעים לתלמידים, וגם התלמידים מצפים לכך. בתוכנית זו נדרשים התלמידים להתמודד עם הקושי בעצמם. האם תפקיד המורה להושיט לתלמידים יד ולמשוך אותם מהבור? או שמא תפקידו רק לזרוק להם חבל - ושיעלו בעצמם? האתגר הוא למצוא את האיזון: שהתלמידים יחוו קושי ויתמודדו עימו בעצמם, אך שההתמודדות תהיה פרודוקטיבית ולא תביא אותם לכדי ייאוש.
 - ההתמודדות המורכבת של המורים מעוררת בקרבם גם ספקות: אולי אינם יודעים איך להוביל שיעורים של פתרון בעיות מאתגרות? האם זו באמת מתמטיקה? האם כך לומדים ומלמדים מתמטיקה? האם זה חלק מתפקידם? האם הדרך הזאת מתאימה לכל התלמידים?
- לדברי פרבר, המענה לחוסר הוודאות של המורים והתלמידים בשיעורים אלו הוא בהפיכת ההתמודדות והקושי לעניין שבשגרה. התלמידים מתרגלים להיאבק בקושי בכוחות עצמם, תוך ניסיון לתת פשר לבעיה ולמצוא אסטרטגיית פתרון. המאבק הזה מתקיים בסביבה המאפשרת לתלמידים לבחור את דרכם במהלך ההתמודדות עם הבעיה. תפקידו של המורה לאפשר להם להתמודד עם הקושי בעצמם, ולהמעיט בהנחיה שעשויה לשלול מהם את החוויה של פתרון הבעיה. כאשר התלמידים תקועים, יש לזרוק להם חבל, אך אין למשוך אותם. כדי להשיג את מטרות הפרויקט, פותח מגוון עשיר של בעיות מציאותיות ומושכות עבור התלמידים, שקשורות גם לחומר הנלמד בכיתה. הבעיות עוסקות במושגים

וברעיונות מתמטיים חשובים ומעודדות חשיבה ברמות שונות. לבעיות נלווה מדריך למורה, שמסייע בהבנתן ומציע דרכים לעסוק בהן בכיתה. הפרויקט מוביל קהילות מקצועיות של מורים המתמקדות בשילוב פתרון בעיות בשיעורי המתמטיקה. הדיונים בקהילות אלו מעודדים את המורים לשקול את מגוון הדרכים לעסוק בבעיות ולבחור בדרך המתאימה ביותר לסיטואציה בכיתה.

סורינה סבאח | תוכנית מחשב"ה

האני מאמין של תוכנית מחשב"ה הוא שכל תלמיד יכול לחשוב וזכאי להזדמנויות למידה המעודדות חשיבה. מטרת התוכנית שרוב התלמידים בכיתה יחשבו רוב זמן השיעור. בד בבד התוכנית מעודדת פיתוח של מיומנויות המאה ה-21, לרבות שיתוף פעולה בצוות, תקשורת יעילה, חשיבה ביקורתית ויכולת לפתור בעיות, עצמאות, יצירתיות, סקרנות ויזמות.

סבאח ציינה שהפעילות בקהילות מעגלית: המורים עוסקים יחד במשימות מתמטיות המזמנות חשיבה (כאלה שאין עבורן פרוצדורה מוכנה), מביאים אותן לכיתה, וחוזרים לקהילות כדי לשתף. מנחי הקהילות מקנים למורים גם פרקטיקות הוראה. האתגר המרכזי של המנחים הוא לשנות את האופן שבו תופסים המורים את תפקידם ואת תפקיד התלמידים - לא עוד הוראה מסורתית שבה המורים מביאים את החומרים ומסבירים אותם לתלמידים, אלא מתן זמן לתלמידים בשיעור להתמודד עם המשימות בעצמם. סיפרה אחת המורות:

התרגלתי שאני מורה, דמות משמעותית בכיתה [...] במחשב"ה הדמות שלי באיזשהו שלב לא תהיה הבולטת בכיתה. הם [התלמידים] פתרו, הם הסבירו אחד לשני [...] הם יכולים להסתכל עליי ולשאל: מה עשית עבורנו היום? נכון, הסתובבת בינינו ועודדת אותנו והגעת איתנו לפתרונות, אך מה עשית? בראש שלי - לא שלהם - אני חייבת להביא משהו כי אני המורה.

התובנה בדבר הצורך בשינוי התפקידים הושגה בעקבות שאלון שהועבר בקהילות מחשב"ה לפני שנת לימודים הקודמת ואחריה. בשאלון שהועבר לפני שנת הלימודים, הצביעו המורים בעיקר על קשיים הקשורים לתלמידים עצמם (כמו רמת התלמידים או גודל הכיתה). המורים ראו אז את תפקיד המורה באופן מסורתי: המורה צריך להביא את החומרים, להסביר לתלמידים ולקדם אותם. בשאלון שהועבר לאחר שנת הלימודים הצביעו המורים בעיקר על סוגיית הזמן: הזמן הרב שנדרש להכנת השיעור והזמן הרב שבו התלמידים עסוקים בעשייה המתמטית בשיעור. למעשה בתקופה של לפני התוכנית הם כלל לא ראו בזמן ההתמודדות של התלמידים עם הבעיה חלק מהשיעור.

גליה גונן | לחשוב רחוק עם מתמטיקה

מטרת התוכנית להביא את המורים לשלב בהוראה פתרון של בעיות מורכבות בהקשרים של העולם הממשי. גונן סיפרה שליחידות הוראה שהם מפתחים ארבעה מאפיינים משותפים:

- הן בנויות כסיפור שקשור לחיים האמיתיים ומככבות בו דמויות.
- הדמויות נתקלות בבעיות מורכבות בהקשר של העולם הממשי.
- ההקשר מספק סיבה הגיונית לעשיית מתמטיקה, כלומר הפתרון המתמטי תורם ומועיל.
- הבעיות שבהן נתקלות הדמויות ניתנות לפתרון במגוון דרכים תוך שימוש באלגברה, בפונקציות, בגאומטריה ועוד.

בכיתה התלמידים עובדים בקבוצות קטנות ומתקיימים דיונים על הפתרונות שהם מציעים ועל דרכי פתרון נוספות. הדיון ראשוני אינו מתמטי, ועוסק בבעיה מהעולם האמיתי. נידונה בו השאלה מדוע אנו צריכים את המתמטיקה והיכן היא יכולה לסייע. רק אחרי שנוכחים לדעת שהיא רלוונטית, מתחיל הדיון המתמטי.

האתגרים שמזמנת התוכנית נובעים מייחודיותה:

- המשימות בה שונות לרוב מאלה המופיעות בספרי הלימוד, ודרכי העבודה המוצעות שונות מאלה הנהוגות בשיעורי מתמטיקה.
- המחויבות המקצועית של המורות והמורים לדרישות נוספות של בית הספר, והיעדר די זמן להספיק הכול.
- מנחי התוכנית מתמודדים עם האתגרים בכמה דרכים עיקריות:
- הרחבת הידע על חשיבותה של המתמטיקה היישומית בדיסציפלינה.
- מתן דגש ביחידות הלימוד על מיומנויות של מידול מתמטי והוכחה מתמטית, הנדרשות ללימוד המתמטיקה שבתוכנית הלימודים, בפרט ברמה של 5 יחידות לימוד.
- פיתוח דרכים לשילוב התוכנית בהוראה, בשיתוף המורים והמורות.

ד"ר סלעית רון | תוכנית מית"ר

תוכנית מית"ר (מתמטיקה יישומית - תוכנית הרכזים) עובדת עם רכזי ורכזות המתמטיקה בבתי הספר, מתוך אמונה שביכולתם לשמש סוכני שינוי בתוך בתי הספר. מטרת התוכנית ליצור שגרה של חשיבה ואוריינות בבתי הספר. לדברי רון, העבודה בתוכנית מתבצעת בשלוש רמות: מנחי התוכנית עובדים עם הרכזים, הרכזים עובדים עם המורים, והמורים עובדים עם התלמידים. בכל הרמות המטרה לעורר את המוטיבציה לעסוק בשאלות אוריינות ובחשיבה מתמטית מסדר גבוה.

אתגר עיקרי שעומד בפני רכזי התוכנית קשור למוטיבציה של המורים להתמיד בעיסוק במשימות אורייניות, והם מנסים להתמודד עימו בכמה דרכים:

בניית קהילות מורים: על פי תאוריות ומחקרים מהעולם, שני גורמים תורמים למוטיבציה של אנשים לחולל שינוי התנהגותי - השתייכות לקבוצה ויכולת בחירה ואוטונומיה. קהילות המורים ממלאות את הצורך האנושי להשתייך לקבוצה. בתוך הקהילה עובדים לרוב בקבוצות קטנות, כדי ליצור אינטימיות ולאפשר שיתוף בדילמות.

התאמת משימות רבות לתכנים שבתוכנית הלימודים: היכרות עם משימות רבות שפיתחו מפתחים שונים, כדי לבחון לאיזה חלק מתוכנית הלימודים הן רלוונטיות וכיצד הן יכולות לשמש את המורים.

בניית מחוון: בשיתוף המורים נבנה מחוון שמסייע להם לבדוק אם משימה מסוימת מתאימה לכיתתם, לזמן שהם מקדישים לנושאים ולתלמידים שהם מלמדים, ואילו מיומנויות דורשת המשימה.

הדגשת הרלוונטיות של המתמטיקה: פיתוח הבנה כיצד שפת המתמטיקה באה לידי ביטוי בהקשרים שונים. תובנה זו מחזקת מוטיבציה. לשם כך, לדוגמה, ביקרו הרכזים במפעל הייטק, ולמדו איך המתמטיקה של חטיבת ביניים מתחברת לעשייתם.

קידום תחושת מסוגלות בקרב הרכזים והתלמידים: קידום ההבנה שכל אחד יכול לצמוח וללמוד נושאים חדשים. בהשתלמויות נלמדים היבטים שקשורים לפעילות המוח ולקישוריות במוח, ונידונה השאלה איך אנחנו יכולים לפתח את היכולות שלנו ושל התלמידים.

שילוב רכיבים של הנאה ואתגר בלימוד המתמטיקה (theory of fun): את הפעולות המהנות שעושים עם המורים, עושים גם עם התלמידים.

ד"ר שולה וייסמן | וידאו-קליפ מתמטי

מטרת התוכנית להדגים פדגוגיה המותאמת להוראת בעיות מורכבות במתמטיקה יישומית על ידי הנגשת שיעורים מצולמים. וייסמן ציינה שתוכניות רבות שמפתחות משימות שמערבות מתמטיקה יישומית, נותרות על המדף. לתוכניות רבות יש קהילת מורים, אשר מנסה להטמיע את המשימות ולהביא אותן אל השטח, אך לא ידוע מה קורה עם המשימות הללו בכיתות. תוכנית הווידאו-קליפ נועדה לסייע למורים להשתמש במשימות האלה, והיא עושה זאת בחמש דרכים:

- צילומי שיעורים שבהם רואים כיצד התלמידים עובדים על המשימות.
 - סרטונים קצרים שמתמקדים באירוע מעניין מהשיעור או בפרקטיקת הוראה שהתלמידים או המורים הדגימו.
 - ליווי כל שיעור בחומרים פדגוגיים ודידקטיים לניתוח השיעורים עצמם. המטרה לעורר במורים מוטיבציה להשתמש בחומרים ולהגביר את הביטחון העצמי שלהם.
 - סרטון העשרה קצר שדן בנושא החוץ-מתמטי.
 - הטמעה בשטח.
- בקהילת המורים של התוכנית פותרים את המשימה, צופים בסרטונים, מנתחים אותם ודנים באתגרים שעולים מהם.

פרופ' טלי נחליאלי | מנחת הפאנל, סיכום

כל התוכניות מכוונות להוראה מקצועית הרלוונטית לתלמידים של היום, הגדלים לעולם משתנה שדורש פיתוח מיומנויות כבר בשנות בית הספר. אנו רותמים את האוריינות המתמטית לפיתוח מיומנויות אלה, בדגש על פתרון בעיות ועל התמודדות עם מצבים לא מוכרים. על התלמידים ללמוד להיעזר בתקדימים ולהתמודד עם המצב ללא פחד.

שלושה אתגרים צוינו כמעט בכל התוכניות:

- **הבנת הצורך באוריינות מתמטית:** כדי להכניס אוריינות מתמטית לבתי הספר, על המורים מובילי השינוי להכיר בנחיצותה. זהו שינוי מורכב, המעמיד את המורה במצב לא פשוט. על המורה למצוא סיבה טובה לפעול לשם כך, ולפתח תחושת מסוגלות. עלינו לחשוב ברמת המערכתית איך לעודד את המורים לעשות זאת.
- **הענקת משאבים בדמות משימות ופרקטיקות הוראה:** אין די בפיתוח משימות - יש להקנות גם פרקטיקות הוראה. המורים זקוקים למרחב תקדימים שממנו יוכלו לבחור איך לפעול בכיתה. זה מה שאנחנו מפתחים בקהילות.
- **תמיכה וליווי:** ללא תמיכה וליווי מעמיקים - מקצועיים ורגשיים-חברתיים גם יחד - לא יוכלו המורים להוביל שינוי. התמיכה מסייעת בתהליכי ההתמקצעות ומשקפת את התפיסה שכל עוד מלמדים ממשיכים ללמוד - כי אי אפשר אחרת.

מושב רביעי

הטמעת חדשנות בקנה מידה רחב דרך פיתוח מקצועי של מורי מתמטיקה

| ד"ר רוני קרסנטי

ד"ר קרסנטי עסקה בהרצאתה בהטמעת חדשנות בקנה מידה רחב במערכת החינוך, דרך פיתוח מקצועי של המורים למתמטיקה. כאשר מדובר על הטמעת חדשנות בהקשר זה, הכוונה היא בדרך כלל לרעיונות או לשיטות לשיפור היבטים מקצועיים של הוראת מתמטיקה (ידע מתמטי הנדרש להוראתה, אסטרטגיות פדגוגיות, הערכה, רפלקציה, היכרות עם קוריקולום חדש, שימוש בטכנולוגיה וכדומה). יישום הרעיונות או השיטות מתחיל לרוב בפילוט במסגרת פרויקט מבוסס מחקר. הפצה נרחבת של הרעיונות שפותחו בפרויקט דורשת הקמת תשתית מתאימה לעבודה עם מורים למתמטיקה בכל המערכת, ולא רק בקבוצת הפילוט.

מה זה Upscale?

במילים פשוטות הכוונה שאנו מצליחים במקום אחד ורוצים להרחיב את ההצלחה למקומות נוספים. על פי אלמור (Elmore), ההרחבה יכולה להתרחש בכמה רמות:

- **ברמה הראשונה** - רעיון מוצלח מופץ מכיתה אחת או מכיתות אחדות לכלל בית הספר.
- **ברמה השנייה** - הרעיון מופץ מבית ספר אחד לבתי ספר נוספים.
- **ברמה השלישית** - הרעיון מופץ מבית ספר או מקבוצת בתי ספר לכל הרשות, המחוז או המדינה.
- **וברמה הרביעית** - רעיונות מופצים מהמדינה אל מעבר לגבולותיה - הפצה גלובלית. דוגמה לכך היא המודל של חקר שיעור (lesson study), שהחל ביפן ומיושם כיום במדינות רבות בעולם, בין היתר בעקבות ההצלחה של יפן במבחני ה-TIMSS.

קרסנטי התייחסה לכמה מודלים של הפצת רעיונות:

- **Replication** - שכפול של רעיון שהצליח במקום אחד ויישומו במקומות אחרים. המודל של שכפול מלא הוא כמעט בלתי אפשרי ליישום, אבל בתנאים מסוימים ניתן להניח היתכנותו. לדוגמה, כאשר מנסים להפיץ נושא חדש או לא מוכר בתוכנית הלימודים, אפשר לתכנן מערך קשיח יחסית של הדרכה למורים, שיכלול מפגשים מובנים, דוגמאות ותרגילים. הפצה של מערך כזה לכלל המדריכים עשויה להביא לכך שמפגשי ההדרכה למורים יהיו דומים פחות או יותר בכל רחבי הארץ.
- **Adaptation** - מודל זה מניח מראש שינויים והתאמות בהפצת הרעיון המקורי למקומות נוספים. כלומר למפעילים המקומיים יש גמישות מסוימת בהתאמת הרעיון להקשר שבו הם פועלים.
- **Reproduction** - מודל שהציג אלמור, המתאר את תהליך הפצת הרעיונות באמצעות מטפורה של התרבות. קרסנטי מציעה להתבונן במטפורה זו באמצעות בחינת תופעת ההורות: ראשית, כדאי לזכור שרוב ילדים לאו דווקא מעיד על הורות טובה; שנית, הורים בדרך כלל ינסו כמיטב יכולתם להבטיח שערכי המשפחה, במובן העמוק של המילה, יישמרו אצל ילדיהם; שלישית, הורים לרוב אינם מצפים שילדיהם יהיו שכפול שלהם, והם שבעי רצון כאשר אלה מוצאים את

דרכם הייחודית, אך תוך שימור הערכים המרכזיים; רביעית, הורים מתכננים לעקוב אחר ילדיהם ולתמוך בהם לאורך זמן, עד שיהיו עצמאים ולעיתים גם לאחר מכן; לבסוף, הורים חשים הצלחה כאשר ניכר שילדיהם פיתחו תחושת הזדהות עם הערכים שבעיני ההורים הם החשובים ביותר, וכאשר יש סבירות גבוהה שימשיכו לדבוק בערכים אלה גם לאחר שההורים לא יהיו שם עוד.

בהמשך לכך מציעה קרסנטי להבחין בין "upscale of settings" - הצלחת ההפצה בהיבט הכמותי, לבין "upscale of values": הצלחת ההפצה של ערכי הפרויקט (האני מאמין של מפתחי התוכנית) ומידת הטמעתם בקרב אוכלוסיית היעד. בין שני המונחים יש קשרים ומתחים. החוקרת סינתיה קובורן (Coburn) טענה שהגדלת מספר המקומות שאליהם מופץ הרעיון היא תנאי הכרחי אך לא מספיק ל-*upscale*. בדומה לכך, החוקרות מק'לכלין ומיטרה (McLaughlin & Mitra) הציעו שהצלחת ה-*upscale* נמדדת בשאלה אם נוצרת בקרב המפעילים הבאים של התוכנית תחושת בעלות. רוברט סטרנברג ושותפיו (Sternberg et al.) טענו שלעיתים קרובות ההצלחה של תוכניות בקנה מידה קטן נובעת מהמוטיבציה הגבוהה של המפעילים הראשונים. המוטיבציה אינה עוברת בהכרח למפעילים הבאים.

בהרצאה נדונה גם השאלה: במה תלויה ההצלחה של תהליכי הטמעה?

מאפייני הפעלת התוכנית חשובים במיוחד במקומות הפצה חדשים. החוקרים רוג'רס (Rogers) ופולאן (Fullan) מנו גורמים המשפיעים על הצלחת תהליכי הטמעה, ובהם:

- **מידת הרלוונטיות וההתאמה של התוכנית לצורכי השטח:** אם המורים אינם רואים צורך בתוכנית סיכוייה להצליח קטנים.
- **בהירות:** על התוכנית להיות ברורה ומובנת לכל השותפים במקום ההפצה.
- **נראות:** על התוכנית להיות מופעלת באופן שיגרום לקהלי היעד הרלוונטיים (למשל מורים, הורים ותלמידים) להכיר בהשפעתה.
- **יישומיות:** תנאי מקום ההפצה צריכים לאפשר את קיומה של התוכנית.

סטרנברג ושותפיו (Sternberg et al.) הציעו להבחין בין גורמים הקשורים לתוכנית עצמה, ליתרונותיה ולאיכותה, ובין גורמים הקשורים לסביבה שבה מבקשים להטמיעה:

- **גורמים הקשורים לתוכנית עצמה:** תוכנית איכותית היא תוכנית המציבה יעדים ברורים, תוכנית שהמורים מסוגלים להתמודד איתה בכישורים ובידע שברשותם ותוכנית שמגדירה ציפיות מציאותיות באשר לזמן הדרוש ליישומה.
- **גורמים הקשורים לסביבת ההפעלה:** תוכן - האם הסביבה מעוניינת בתוכן המוצע בתוכנית?; הקשר - מהם הכוחות הפועלים בסביבה?; תהליך - מהם הפעולות והתהליכים שהסביבה מוכנה לקיים כדי ליישם את התוכנית?; קריטריון - כיצד תימדד ההצלחה של התוכנית בסביבה זו?

החוקרים אפיינו ארבע גישות אפשריות של מחויבות מצד ארגון כלפי התוכנית:

- **הגישה הנסיבתית:** הארגון מוכן לנסות את התוכנית, אך אינו תומך בצוות המפעיל ואינו מפיץ ברבים את דבר קיומה של התוכנית.
- **הגישה המאפשרת:** הארגון מעוניין, לאחר שיקול דעת, לבדוק את יעילות התוכנית כאחת האפשרויות הניצבות בפניו.
- **הגישה המקדמת:** הארגון, לאחר שבחר בתוכנית, מנסה להבטיח את מיצוי הפוטנציאל הגלום בה

ואת הצלחתה. לצורך כך הארגון עובד בשיתוף פעולה עם מפתחי התוכנית ועם המורים או עם הצוות המפעיל.

● **הגישה המחויבת:** הארגון מאמין בתוכנית, וכל העוסקים בה מגלים מחויבות להצלחתה. הארגון נותן מענה לצרכים מקומיים ייחודיים שמתעוררים, ופועל להרחבת התוכנית לקבוצות נוספות.

קרטסני הציגה דוגמה לתהליכים מפרויקט **עדש"ה**, שבמרכזו צפייה בשיעורי מתמטיקה מוסרטים ושיח עמיתים, באמצעות מסגרת בת שש עדשות המכוונת אותם בצפייה ובדיון. הפרויקט החל כפיילוט מבוסס מחקר. בהמשך הוא כלל קורסים והשתלמויות בהנחיית מפתחי התוכנית, הכשרת מנחים ייעודיים לשם הפצתה והטמעתה בקנה מידה רחב, ולבסוף קהילות חקר שיעור, אשר עובדות לפי מודל מוגדר של ניתוח שיעור, ונתמכות במסגרת של שש העדשות.

האם הצליחה הטמעתו של פרויקט עדש"ה? נראה שבהיבט הכמותי לא התחולל שינוי בקנה מידה רחב - מספר המורים למתמטיקה בארץ שלא התנסו בפרויקט גדול ממספרם של אלה שכן התנסו בו. לעומת זאת בהיבט הערכי כן התחולל שינוי, ואפשר לומר שהתרחש תהליך של Upscale Of Values: "עדש"ה תרמה רבות להפצת הרעיון של שימוש בווידאו בהתפתחות המקצועית - לפני הפרויקט הדבר כמעט לא נעשה, והיום הוא רווח. סרטי עדש"ה משמשים משאב לפיתוח מקצועי של מורים ולהכשרת מורים במכללות. ערכי הליבה של הפרויקט - צפייה מכבדת, רפלקציה ככלי מרכזי והעלאת רעיונות שונים ומגוונים להוראה במקום הצבעה על הפרקטיקה הטובה ביותר (best practice) - נשמרו לפי העדויות במרבית מקומות ההפעלה. הפרויקט עורר גם עניין בין-לאומי.

בסיום דבריה העלתה קרטסני השערה (שלצערנו לא היה די זמן לדון בה) בדבר הקשר בין מידת האוטונומיה המובנית של מודל הפיתוח המקצועי ובין הסיכוי להצלחתה - "Upscale of Values". לרשימת המקורות המלאה ראו [כאן](#).

הובלת שינוי מערכתי בלימודי המתמטיקה | נרית כץ, מפמ"רית מתמטיקה על-יסודי

כץ עסקה בהרצאתה במקומה של האוריינות בתוכנית הלימודים ובקושי ליישמה, והציגה את התוכנית העתידית של משרד החינוך בשיתוף קרן טראמפ.

לדברי כץ, אוריינות מתמטית כלולה כיום בתוכנית הלימודים לחטיבת הביניים, ואין צורך לשנותה. הקושי טמון ביישומה בפועל - לא ברור אם היא אכן נלמדת בכיתות ובאיזה היקף; ואם אינה נלמדת - מה הסיבה לכך והאם יש הבדלים בעניין זה בין המגזר היהודי למגזר הערבי? בסופו של דבר השאלה הרחבה והחשובה היא מה אפשר לעשות כדי ליישם את לימודי האוריינות בפועל בכיתות הלימוד.

לדברי כץ, הוראה של אוריינות מתמטית היא משימה מורכבת הרבה יותר מהוראה של מתמטיקה פורמלית (למשל איך לפתור משוואה). ההקשר החוץ-מתמטי, שחשוב באוריינות, אינו מופיע במסמך תפיסת הלמידה של משרד החינוך. כדי לקדם יישום של אוריינות מתמטית בכיתות, יש לשנות את האופן שבו מלמדים ולהדגיש יותר את ההבנה ולא את טכניקה.

כץ ציינה שמשרד החינוך בונה בשיתוף קרן טראמפ תוכנית להטמעת אוריינות מתמטית בכיתות. כחלק מהתוכנית ישובצו משימות אוריינות במהלך הלמידה - בתחילת הלימוד של נושא, במהלכו ובסיכומו. הנושאים "חזקות" ו"הסתברות" יילמדו בחטיבת הביניים בנושאים אורייניים, והטכניקה של דרכי הפתרון תילמד בתיכון. כמו כן ישולבו משימות אוריינות במהלך ההערכה. בהמשך יותאמו גם ספרי הלימוד.

תוכנית הלימודים עבור 3 יחידות לימוד בתיכון תהיה גם היא אוריינית: ישולבו בה משימות אוריינות, והיא תלווה בפיתוח מקצועי מותאם. כמו כן יושם דגש על מעבר לסביבות למידה דיגיטליות ועל פיתוח מיומנויות של למידה עצמאית, עבודת צוות וכדומה. לדבריה של כץ, בשלב זה יש חשיבות רבה ללמידה מבוססת נתונים. הכנסת המשימות למודל (moodle) - המערכת לניהול הלמידה שעימה עובדים המורים - תאפשר למורה לקבל נתונים על אודות הלמידה וההתקדמות של התלמידים.